FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
Escuela de Formación Básica
Departamento de Matemática

Álgebra y Geometría Analítica

Práctica N$^{\text{o}}$ 2 - Recta en el plano

1. Dada la recta $r)\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$:

   a) representa gráficamente los puntos de r correspondientes a los siguientes valores de t:

   $$0,\ \frac{1}{4},\ -\frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ \sqrt{3}$$

   b) analiza si los puntos $P(31, -12)$ y $Q(-31, -13)$ pertenecen a r. En caso afirmativo, halla los correspondientes valores del parámetro.

   c) analiza la relación que existe entre cada una de las siguientes rectas y la dada:

   $r_1)\begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

   $r_2)\begin{cases} x = 5 + 4\beta \\ y = 2 - 2\beta \end{cases}$, $\beta \in \mathbb{R}$

   $r_3)\begin{cases} x = 1 - 2\gamma \\ y = 3 + \gamma \end{cases}$, $\gamma \in \mathbb{R}$

   $r_4)\begin{cases} x = 31 + 1\delta \\ y = -12 - \frac{1}{2}\delta \end{cases}$, $\delta \in \mathbb{R}$

   d) halla para qué valores de α, β, γ y δ en las ecuaciones dadas en *c*), se obtiene el punto P, si esto es posible.

   e) halla la ordenada del punto de la recta r que tiene abscisa 18.

2. En cada caso, da una forma de la ecuación de la recta r que se define y grafícala:

   a) $A(2, -3) \in r$ y $r \perp \bar{n} = (-2, -1)$.

   b) $B(-1, 2) \in r$ y r es paralela al eje x.

   c) r forma un ángulo de 60° con el versor $\bar{i}$ y contiene al punto $C(-2, -5)$.

   d) r es paralela a la recta de ecuación $2y = 3x - 2$ y su ordenada al origen es 7.

   e) $d(O, r) = 3$ y $r \perp \bar{n} = (2, -3)$.

3. Las siguientes ecuaciones corresponden a rectas que se dividen en tres grupos, formadas cada uno por rectas paralelas entre sí. Determina cuáles son esos grupos, señala cuáles rectas son coincidentes y analiza si hay perpendicularidad entre rectas de distintos grupos.

   $r_1)\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

   $r_2)$ $y = -\frac{1}{4}x + 5$

   $r_3)\begin{cases} x = -6t \\ y = 5 + \frac{3}{2}t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

   $r_4)$ $x + 4y + 5\sqrt{5} = 0$

   $r_5)$ $y = 4x + 19$

   $r_6)$ $2x + 3y + 1 = 0$

   $r_7)\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 10 + 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

   $r_8)$ $2x + 3y - 33 = 0$

   $r_9)$ $\frac{1}{4}x + y = 1$

4. Encuentra las ecuaciones de las rectas r y s, donde r contiene a los puntos $A(5, 3)$ y $B(15, 4)$ y s contiene a los puntos $C(9, -2)$ y $D(0, -3)$. Grafica ambas rectas y a partir de las ecuaciones obtenidas, determina:

   a) el punto de intersección de r y s;

   b) el ángulo que forman r y s.

5. Dada la recta $r)\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -4t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, halla las ecuaciones de las rectas que, siendo paralelas a r, están a 4 unidades de distancia de la misma.

6. Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1,2)$, $B(5,2)$ y $C(1,4)$. Halla las ecuaciones de las rectas sostén de los lados de dicho triángulo, el área del mismo, y calcula sus ángulos interiores.

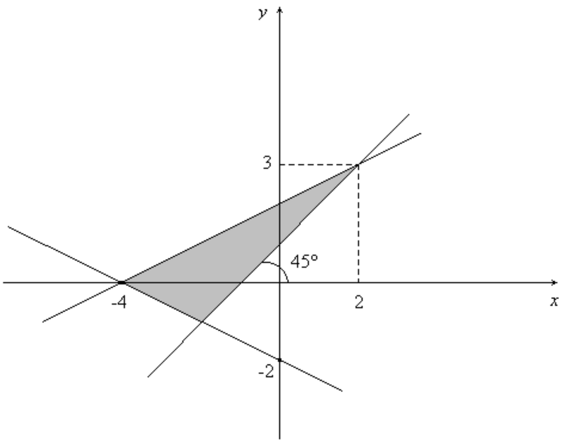
7. Si $5x+2y-7=0$ y $5x+2y-36=0$ son las ecuaciones de las rectas que contienen a dos de los lados de un rectángulo, y $3x+7y-10=0$ la de la recta que contiene a una de sus diagonales; halla las ecuaciones de las rectas que contienen a los restantes lados y a la otra diagonal.

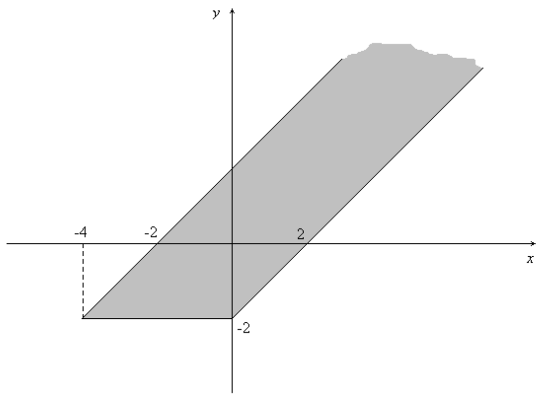
8.
   a) Determina α de manera que la ecuación $(2+\alpha)x-(3-\alpha)y+4\alpha+11=0$ sea la de una recta que pasa por el punto $A(2,3)$.
   b) Determina β de manera que la ecuación $\beta x+(3-\beta)y+7=0$ sea la de una recta con pendiente 7.
   c) Determina γ de manera que la ecuación $2x+y=\gamma$ sea la de una recta que forma con los ejes coordenados un triángulo de área 3.

9. Grafica el conjunto de puntos del plano cuyas coordenadas satisfacen los siguientes sistemas de inecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x+2y\geq 0 \\ 4y\leq 2x-5 \\ y>2x+1 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -4x-y<-3-2x \\ 2x+3y\geq 6 \\ y>2x+1 \\ x\geq 0 \\ y>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+y-2>0 \\ x-2y<-2 \\ x+y\leq 14 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

10. Expresa a través de un sistema de inecuaciones lineales los conjuntos de puntos del plano que se indican en las figuras siguientes:





Ejercicios de finales

11. Halla las coordenadas de los vértices de un triángulo sabiendo que:
    - $P(-4,-5)$ es uno de sus vértices,
    - las rectas $r_1)$ $5x+3y-4=0$ y $r_2)$ $3x+8y+13=0$ contienen a dos de sus alturas.

12. Sea **T** el triángulo de vértices $A(-1,1)$, $B(3,3)$ y $C(1,-4)$.
    a) Halla la ecuación de la mediana de **T** que pasa por el punto C.
    b) Halla la ecuación de la altura de **T** que pasa por el punto A.
    c) Calcula el área de **T**.

13. Dados los puntos $A(-3,2)$, $B(3,6)$ y $C(2,1)$,
    a) halla gráfica y analíticamente el punto de la recta r determinada por A y B, que se encuentra a menor distancia del punto C;
    b) da la ecuación del semiplano de frontera r, que contiene al punto C.

14.
    a) Se sabe que dos de los lados de un cuadrado están contenidos en las rectas $r_1)$ $2x-3y+6=0$ y $r_2)$ $3x+2y+9=0$ y que su centro es el punto $C(2,-1)$. Halla las ecuaciones de las rectas que contienen a los otros dos lados.
    b) Describe dicho cuadrado mediante un sistema de inecuaciones.

15. Dados los puntos $P(4,3)$, $Q(-1,5)$ y $R(\alpha,2)$, determina, si es posible, un valor de α para que R se encuentre a una distancia igual a $\sqrt{29}$ unidades de la recta determinada por P y Q. ¿Es única la solución?