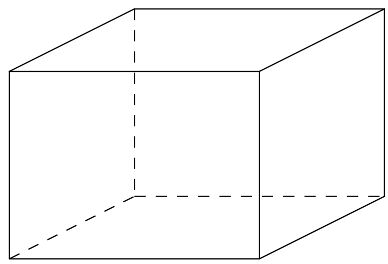
Álgebra y Geometría Analítica

Actividad N° 2 - Vectores: tratamiento analítico

☞ ***Sistemas de coordenadas***

- Te proponemos comenzar con la lectura de los párrafos 2, 3 y 4, del apunte de Vectores, es decir, de todo lo referido a *Sistemas de coordenadas*. Resuelve las respectivas propuestas.

- Realiza la siguiente actividad, con tu grupo:
  Consideren el siguiente esquema como representante del salón:



  Imaginen a uno de ustedes allí sentado, y marquen con un punto C la posición de su cabeza.

  1. ¿Podrían determinar en el esquema un sistema de referencia que les permita aproximar las coordenadas de C?
  2. Dibujen un sistema de ejes cartesianos ortogonales en el espacio que no coincida con el establecido en 1. ¿Cuáles son las coordenadas de C en este sistema?
  3. ¿Es posible definir un tercer sistema de referencia, en el cuál dos de las coordenadas de C sean negativas?

☞ ***Descomposición de un vector***

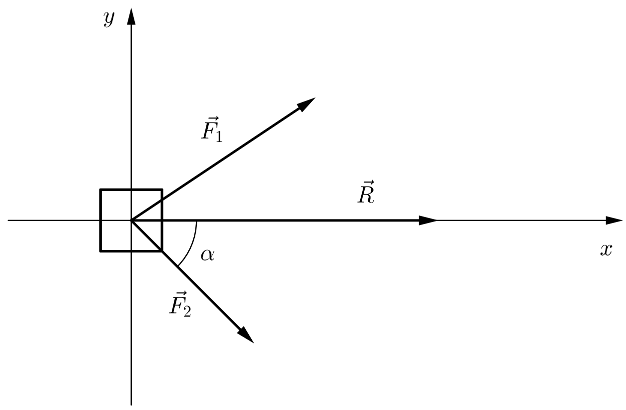
- Continúa con la lectura del párrafo 11.
- Reflexiona junto a tus compañeros y docentes, sobre la Propuesta 11.1.

☞ Avanza con la lectura de los párrafos 12, 13 y 14. Resuelve la propuesta 14.1.

☞ Lee los párrafos 15.1 y 15.2 y resuelve la Propuesta 15.3

☞ Resuelve el siguiente *problema de aplicación*:

Dos cuerdas jalan una caja como se indica en la figura. Una de las cuerdas ejerce una fuerza $\overrightarrow{F_1} = 18\bar{i} + 7\bar{j}$ Newtons. Determina el ángulo α y la intensidad de la fuerza $\overrightarrow{F_2}$, de tal forma que la resultante de la suma de las tensiones de las dos cuerdas coincida en dirección y sentido con el semieje positivo de las x, y tenga una intensidad de 40 Newtons.

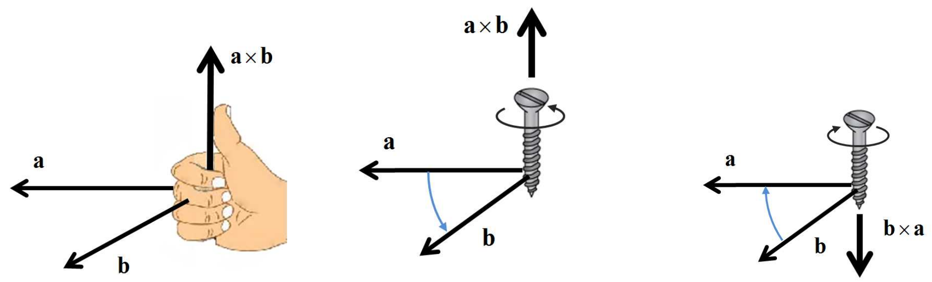


☞ Lee atentamente el párrafo 16 y resuelve la Propuesta 16.1.
Es importante que entiendas cómo "funciona" la Regla de la mano derecha. Puede ayudarte observar el primer gráfico de la figura que encontrarás en el siguiente punto.

☞ ***Producto vectorial***

- Lee atentamente la definición de producto vectorial.
  - Explica por qué es falsa la afirmación:

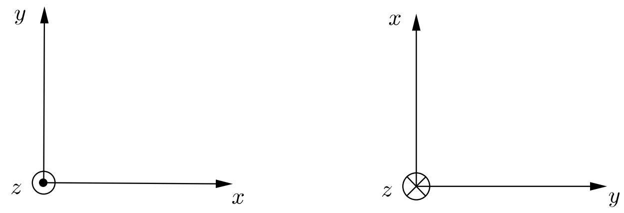
    " $\bar{u} \wedge \bar{v} = |\bar{u}| \cdot |\bar{v}| \cdot sen(\bar{u}, \bar{v})$, cuando $\bar{u} \neq \bar{0}$ y $\bar{v} \neq \bar{0}$ "
  - Otra forma de determinar el sentido del producto vectorial entre dos vectores, además de la regla de la mano derecha, es la conocida como la Regla del destornillador (o sacacorchos, o tirabuzón). Trata de describir esta regla, observando la siguiente figura:



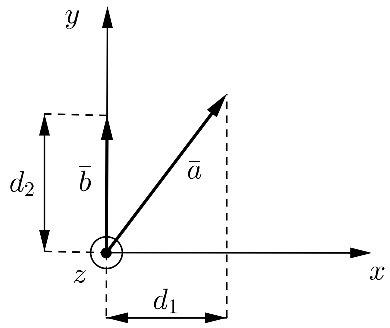
Observa que en la figura anterior, se ha utilizado ***a***× ***b****, para notar el producto vectorial entre los vectores* ***a*** *y* ***b****. Esta notación es usada en diferentes textos, especialmente de Física, en donde se utiliza* ***a***· ***b*** *para el producto escalar entre* ***a*** *y* ***b****.*

- Continúa con la lectura de los párrafos 17.1 y 17.2.
- Resuelve la siguiente propuesta:

Aclaración sobre la representación gráfica de los ejes cartesianos en esta propuesta: Los ejes x e y están ambos en el plano que contiene a la hoja. La dirección del eje z es perpendicular a dicho plano. Su sentido será hacia arriba - es decir desde la hoja hacia el lector - cuando esté representado por un punto dentro de un círculo; y será hacia abajo - desde la hoja hacia el piso - cuando esté representado por una cruz dentro de un círculo. Haciendo $\bar{i} \wedge \bar{j} = \bar{k}$ mediante la aplicación de la regla de la mano derecha, podrá verificar estos dos ejemplos siguientes.



Dado el siguiente diagrama, donde $d_1 = |proy_{\bar{i}}\ \bar{a}|$ y $d_2 = \left|\bar{b}\right|$,



1. analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

   a) $\bar{a} \wedge \bar{b} = |\bar{a}| \cdot \left|\bar{b}\right| \cdot sen(\bar{a}, \bar{b}) \cdot \bar{k}$
   b) $\bar{b} \wedge \bar{a} = |\bar{a}| \cdot \left|\bar{b}\right| \cdot sen(\bar{a}, \bar{b}) \cdot \bar{k}$
   c) $\bar{a} \wedge \bar{a} = |\bar{a}|^2$
   d) $-c \cdot \bar{b} \wedge \left(\bar{b} \wedge \bar{a}\right) = c \cdot d_2^2 \cdot d_1 \cdot \bar{i}$
   (Fórmula fundamental para el cálculo de la Fuerza Centrífuga)

2. completa aplicando propiedades y/o definiciones

   a) $\bar{i} \wedge \bar{b} =$
   b) $(\bar{i} + \bar{j}) \wedge \bar{b} =$
   c) $(-\bar{i} + \bar{j}) \wedge \bar{b} =$
   d) $\bar{a} \wedge (\bar{k} \wedge \bar{b}) =$
   e) $\bar{b} \wedge (\bar{b} \wedge \bar{a}) =$
   f) $\bar{a} \wedge (\bar{b} \wedge \bar{b}) =$

- De igual modo que en las operaciones anteriormente definidas, se transita de la definición geométrica a las propiedades para posteriormente operar con componentes. Realiza una lectura del párrafo 17.3, *Expresión del producto vectorial en componentes* y presta especial atención a cómo pueden obtenerse las componentes por medio de un determinante simbólico.
- Lee el párrafo 17.4. En la interpretación geométrica de $|\bar{u} \wedge \bar{v}|$ se realiza una primera aplicación del producto vectorial en el cálculo del área de un paralelogramo.
- Resuelve la propuesta 17.5.

☞ ***Producto mixto***

- Lee cuidadosamente la definición y las observaciones correspondientes.
- Continúa con la lectura del párrafo 18.1 y resuelve la propuesta 18.2. Observa que aplicando el producto mixto se puede calcular volúmenes y decidir la coplanaridad de tres vectores, hecho que resultará importante en los siguientes temas de Geometría Analítica.

☞ ***Recomendaciones finales***

- No dejes de realizar cada una de las propuestas sugeridas.
- Afianza tus conocimientos resolviendo los problemas de la Propuesta para revisión y de la Práctica N°1.
- Examina la bibliografía recomendada y/o libros que estén a tu alcance para seleccionar nuevos problemas y resolverlos.
- Comparte tu producción con compañeros y docentes.