

Introducción a la Física Nuclear 2023

Rodolfo (Rolo) M. Id Betan
idbetan@ifir-conicet.gov.ar
Edificio Ifir, Of. 235 (Esmeralda y Ocampo)
Tel. 4853200 Int. 486

Conceptos básicos relativos a núcleos atómicos

Contenido de esta clase:

Definiciones: (i) núcleo atómico, (ii) nucleones, (iii) interacción fuerte, (iv) isótopos, (v) isótonos, (vi) isóbaros, (vii) isómeros y (viii) línea de goteo. Unidades. Constantes. Energía de ligadura. Fórmulas empíricas de Weizsäcker. Nociones sobre reacciones nucleares. Orden de magnitud temporal. Distribución de carga y materia. Radio nuclear. Energía de separación.

Lecturas recomendadas para esta clase:

Fundamentals in Nuclear Physics. J.L. Basdevant, J. Rich and M. Spiro
Secciones 1.1-1.2

Introductory Nuclear Physics. S. S. M. Wong
Prefacio y Sección 1.1

Base de datos:

- National Nuclear Data Center: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>
- Mass evaluation:
 - <https://www-nds.iaea.org/amdc/>
 - https://www-nds.iaea.org/relnsd/nubase/nubase_min.html
 - https://www-nds.iaea.org/amdc/ame2020/mass_1.mas20.txt

Definiciones

Definiciones

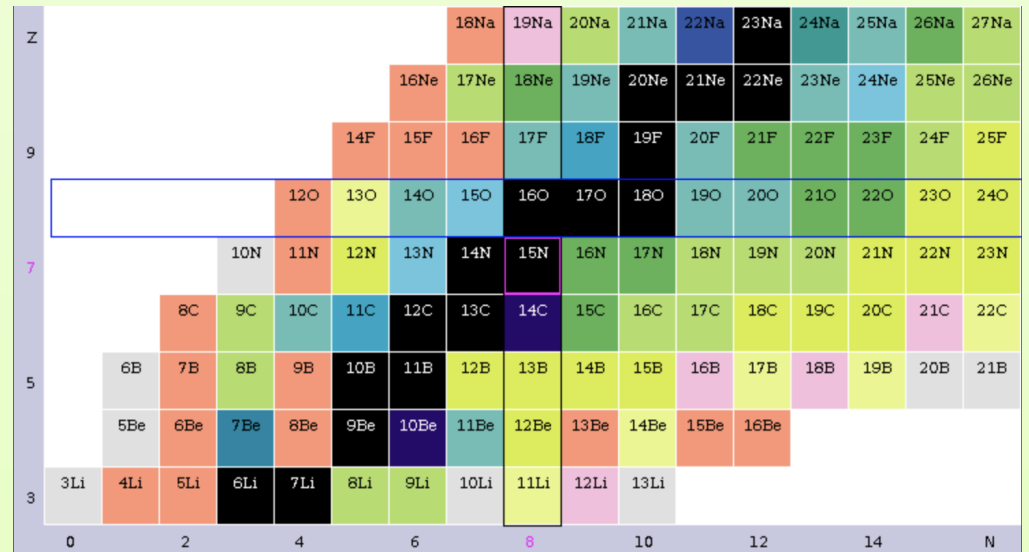
Número atómico:
Z

Número másico:
A

Nucleones(fermiones):
neutrones (N, n, ν)
Protones (Z, p, π)

IUPAC Periodic Table of the Elements

For notes and updates to this table, see www.iupac.org. This version is dated 28 November 2016. Copyright © 2016 IUPAC, the International Union of Pure and Applied Chemistry.



Isótopos(mismo lugar)

Ejemplos, ${}^6_3\text{Li}_3$, ${}^7_3\text{Li}_4$, ${}^8_3\text{Li}_5$

Masa y Carga en SI

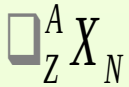
$$m_n = 1.6749286 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m_p = 1.6726231 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$Z = e = 1.60217733(49) \times 10^{-19} \text{ C}$$

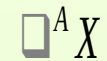
Nomenclatura

Núcleo atómico:

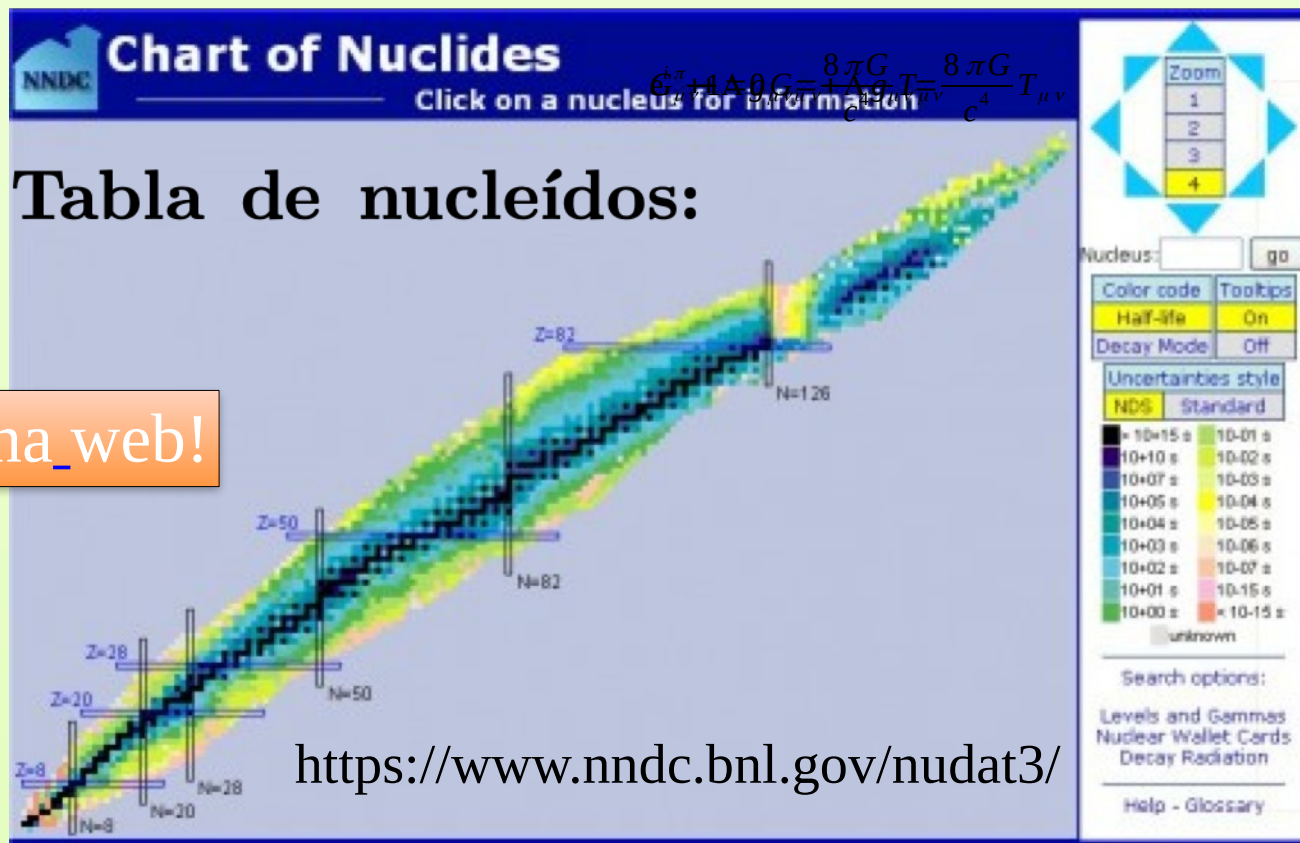


Ejemplos: ${}^4_2\text{He}_2$, ${}^{17}_8\text{O}_9$, ${}^{212}_{84}\text{Po}_{128}$.

Núcleo atómico:



Ejemplos: ${}^4\text{He}$, ${}^{17}\text{O}$, ${}^{212}\text{Po}$.



Ir a la página web!

Unidad de masa 'natural'

Unidad de masa atómica (uma-u)

$$12 \text{ uma} = m_{1 \text{ mol } ^{12}\text{C}} = 12 \text{ gr/mol}$$

$$1 \text{ uma} = \frac{12 \text{ gr/mol}}{12} \frac{1 \text{ mol}}{6,022140875 \times 10^{23}} = 1.66054 \times 10^{-24} \text{ gr}$$

Committee on Data for Science and Technology(CODATA)

CODATA en 2018 son:

$$1 \text{ uma} = 1,66053886 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ g} = 6,0221415 \times 10^{23} \text{ uma}$$

Factor de conversión Kg-uma:

$$1 \text{ uma} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

Masa del protón

$$1.007277 \text{ uma}$$

$$(1.673 \times 10^{-27} \text{ Kg})$$

Masa del neutrón

$$1.008665 \text{ uma}$$

$$(1.675 \times 10^{-27} \text{ Kg})$$

Masa del electrón

$$0.000549 \text{ uma}$$

$$(9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg})$$

Masas en uma

Unidad de masa atómica (uma)

$$12 \text{ uma} = m_{1 \text{ mol } ^{12}\text{C}} = 12 \text{ gr/mol}$$

Factor de conversión Kg-uma:

$$1 \text{ uma} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

Ejemplos de masas en uma

Núcleo	Masa atómica (uma)
^4He	4.002603
^{12}C	12.000000
^{13}C	13.003355
^{14}N	14.003074
^{15}N	15.000109
^{16}O	15.994915
^{17}O	16.999132
^{18}O	17.999160

Notar la similitud con los números másicos

Masas en MeV

Relación masa-energía

$$E = m c^2$$

$$1 \text{ uma} \times c^2 = 9.31478 \times 10^8 \text{ eV}$$

Factor de conversión uma-energía:

$$1 \text{ uma} = 931.478 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Unidad de energía

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1 u = \frac{1.66 \times 10^{-27} \text{ Kg}}{c^2} c^2$$

$$1 u = \frac{1.66 \times 10^{-27} \text{ Kg}}{c^2} (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2$$

$$1 u = \frac{9 \times 1.66 \times 10^{-21} \text{ J}}{c^2} \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

Masas en MeV

Masa del protón

$$938.271 \text{ MeV}$$

$$(1.673 \times 10^{-27} \text{ Kg})$$

Masa del neutrón

$$939.565 \text{ MeV}$$

$$(1.675 \times 10^{-27} \text{ Kg})$$

Masa del electrón

$$0.511 \text{ MeV}$$

$$(9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg})$$

Constantes en la interacción Coulombiana

Interacción Coulombiana

$$V(r) = e^2 \frac{Z_1 Z_2}{r} = (\hbar c \alpha) \frac{Z_1 Z_2}{r}$$

Cte. de estructura fina

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137,03599911}$$

Acción

$$\hbar c = 197.327053 \text{ MeV fm}$$

$$V(r) = e^2 \frac{Z_1 Z_2}{r} = 1.44 \frac{Z_1 Z_2}{r}$$

Interacción Coulombiana

$$V(r) = 1.44 \frac{Z_1 Z_2}{r}$$

Parámetro de Coulomb

Interacción Coulombiana

$$V(r) = 1.44 \frac{Z_1 Z_2}{r}$$

Ecuación de Schroedinger

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} u(r) + \frac{e^2 Z_1 Z_2}{r} u(r) = \varepsilon u(r)$$

$$\rho = kr$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2\mu} k^2$$

Masa reducida

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_{core}}$$

$$-\frac{d^2}{d\rho^2} u(\rho) + 2 \frac{\chi}{\rho} u(\rho) = u(\rho)$$

$$\frac{d^2 u(\rho)}{dr^2} = k^2 \frac{d^2 u(\rho)}{d\rho^2}$$

Parámetro de Sommerfeld

$$\chi = \frac{\mu e^2 Z_1 Z_2}{\hbar^2 k}$$

Forma práctica de uso de las unidades 'naturales' en la ecuación de Schroedinger

Conversión energía vs número de onda

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

$$\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV s}!!!$$

$$\varepsilon = \frac{(\hbar c)^2}{2(mc^2)} k^2$$

$$[\varepsilon] = \left[\frac{(\hbar c)^2}{2(mc^2)} k^2 \right] = \frac{(\text{MeV fm})^2}{\text{MeV}} \frac{1}{\text{fm}^2}$$

Forma práctica de uso de las unidades 'naturales' en la ecuación de Schroedinger

Conversión energía vs número de onda

Análisis de orden de magnitud:

$$mc^2 \sim 2 \times 10^3 \text{ MeV}$$

$$\hbar c \sim 200$$

$$k^2 = \frac{2(mc^2)}{(\hbar c)^2} \varepsilon \quad \varepsilon [\text{MeV}] = 1, 10, 100$$

$$k^2 = \frac{4 \times 10^3}{4 \times 10^4} \varepsilon \quad k^2 = 10^{-1} \varepsilon = 0.1, 1, 10$$

$$k [1/\text{fm}] = 0.31, 1, 3.16$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

$$\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV s !!!}$$

$$\varepsilon = \frac{(\hbar c)^2}{2(mc^2)} k^2$$

$$[\varepsilon] = \left[\frac{(\hbar c)^2}{2(mc^2)} k^2 \right] = \frac{(\text{MeV fm})^2}{\text{MeV}} \frac{1}{\text{fm}^2}$$

Forma práctica de uso de las unidades 'naturales' en la ecuación de Schroedinger

Ecuación de Schroedinger

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} u(r) + V(r)u(r) = \varepsilon u(r)$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2\mu} k^2$$

$$\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV s}!!!$$

$$\frac{-d^2}{dr^2} u(r) + \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)u(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \varepsilon u(r)$$

$$\frac{-d^2}{dr^2} u(r) + \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)u(r) = k^2 u(r)$$

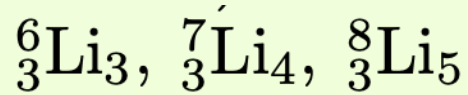
$$\frac{-d^2}{dr^2} u(r) + \frac{2(\mu c^2)}{(\hbar c)^2} V(r)u(r) = k^2 u(r)$$

$$\hbar c = 197.327 \text{ MeV fm}$$

$$\frac{1}{\mu c^2} [1/\text{MeV}] = \frac{1}{m_p c^2} + \frac{1}{m_{\text{core}} c^2}$$

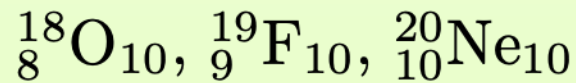
Definiciones

Isótopos: mismo Z



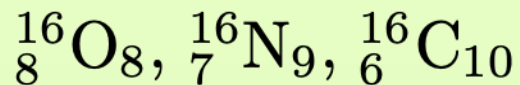
←→ Z=cte

Isótonos: mismo N



↑↓ N=cte

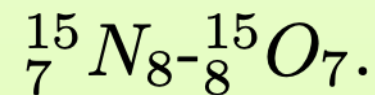
Isóbaros: mismo A



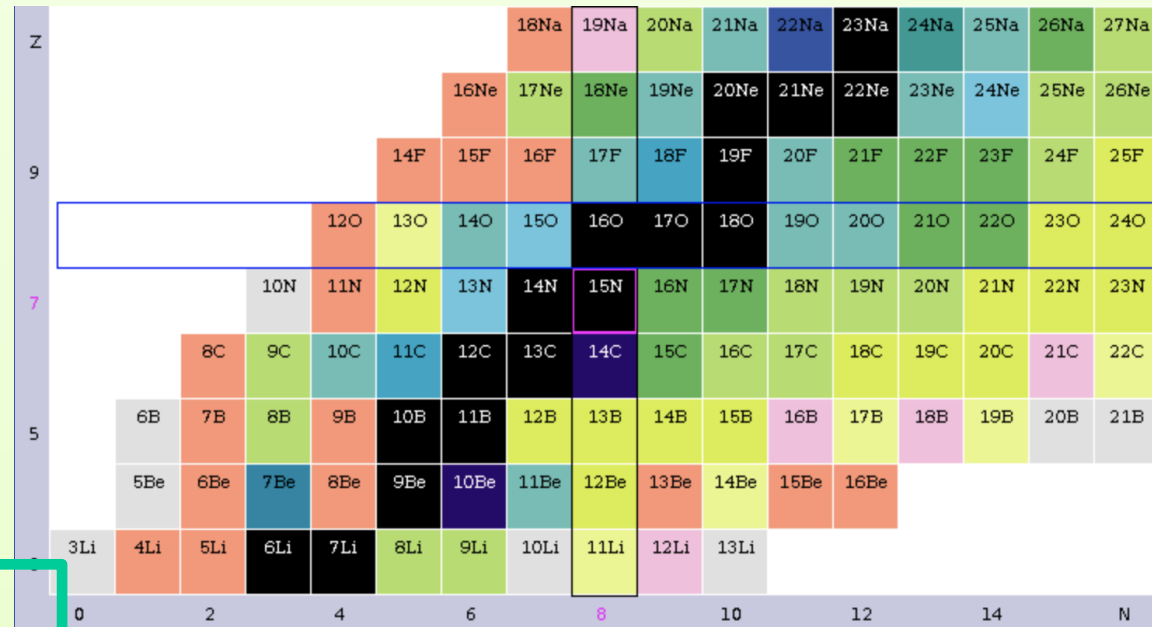
↘ A=cte

Mirror nuclei:

intercambio Z ↔ N



↘ A=cte



Núcleos estables

Ejemplos : Z = 1 – 4

	5Be P	6Be 92 KeV α : 100.00% P: 100.00%	7Be 53.22 D ϵ : 100.00%	8Be 5.57 eV α : 100.00%	9Be STABLE 100.%	10Be 1.51E+6 Y β^- : 100.00%	11Be 13.76 S β^- : 100.00% β - α : 3.10%
3Li P	4Li 6.03 MeV P: 100.00%	5Li \approx 1.5 MeV α : 100.00% P: 100.00%	6Li STABLE 7.59%	7Li STABLE 92.41%	8Li 839.9 MS β - α : 100.00% β^- : 100.00%	9Li 178.3 MS β^- : 100.00%	10Li N: 100.00%
	3He STABLE 0.000134%	4He STABLE 99.999866%	5He 0.60 MeV N: 100.00% α : 100.00%	6He 806.7 MS β^- : 100.00%	7He 150 KeV N	8He 119.1 MS β^- : 100.% β -n: 16.%	9He N: 100.00%
1H STABLE 99.9885%	2H STABLE 0.0115%	3H 12.32 Y β^- : 100.00%	4H N: 100.00%	5H 5.7 MeV 2N: 100.00%	6H 1.6 MeV N: 100.00%	7H 500 YS 2N?	

Ver abundancia porcentual

Núcleos no estables

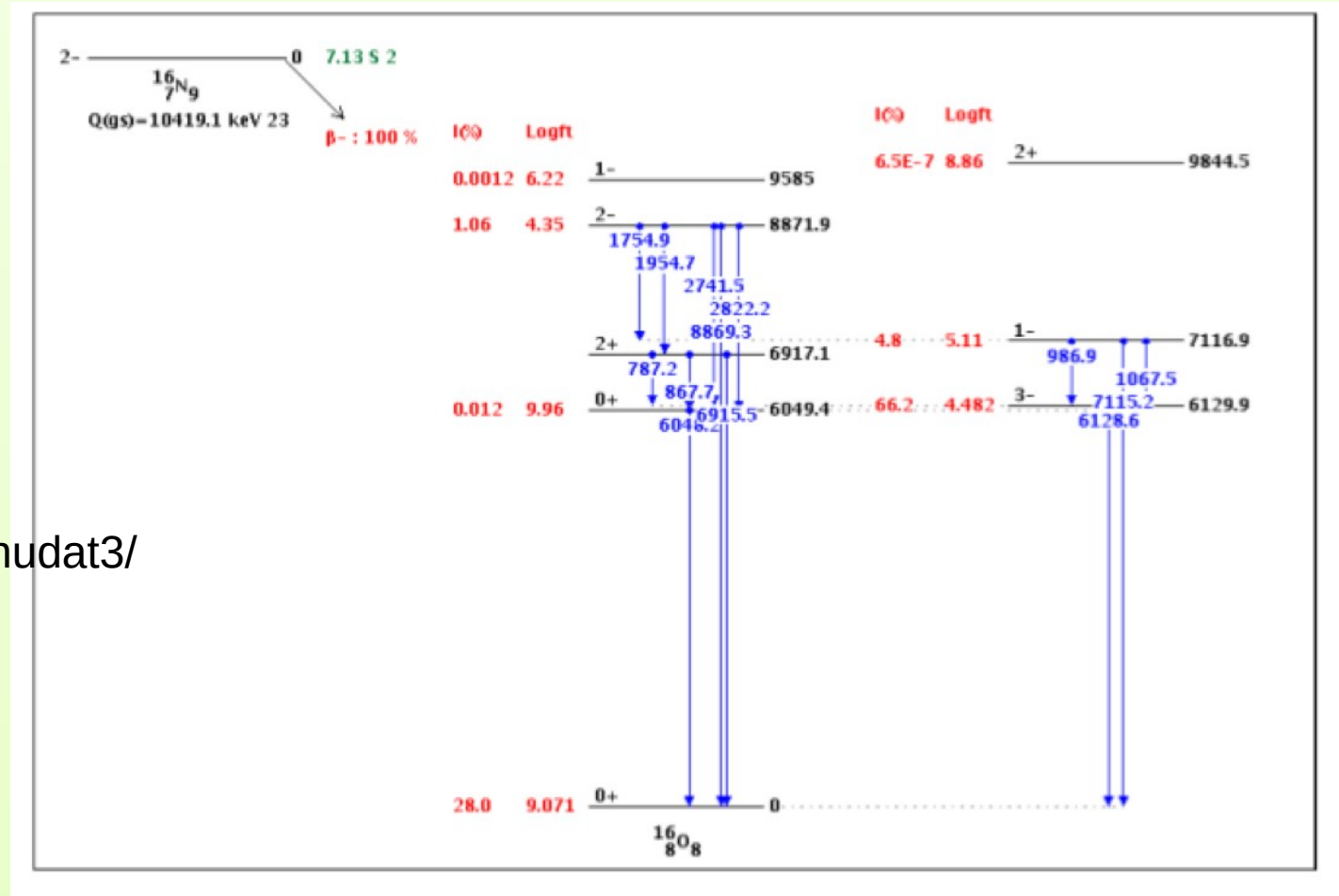
Ejemplo : $Z = 92$

Ver tipo de decaimiento y probabilidad de cada uno

92	228U 9.1 M $\alpha > 95.00\%$ $\epsilon < 5.00\%$	229U 58 M $\epsilon \approx 80.00\%$ $\alpha \approx 20.00\%$	230U 20.8 D $\alpha: 100.00\%$ SF < 1E-10%	231U 4.2 D $\epsilon: 100.00\%$ $\alpha \approx 4.0E-3\%$	232U 68.9 Y $\alpha: 100.00\%$ 24Ne: 9E-10%	233U 1.592E+5 Y $\alpha: 100.00\%$ 24Ne: 9E-10%	234U 2.455E+5 Y 0.0054% $\alpha: 100.00\%$ SF: 1.6E-9%	235U 7.04E+8 Y 0.7204% $\alpha: 100.00\%$ SF: 7.0E-9%	236U 2.342E7 Y $\alpha: 100.00\%$ SF: 9.4E-8%
	227Pa	228Pa	229Pa	230Pa	231Pa	232Pa	233Pa	234Pa	235Pa
	236U 2.342E7 Y $\alpha: 100.00\%$ SF: 9.4E-8%	237U 6.75 D $\beta^-: 100.00\%$	238U 4.468E9 Y 99.2742% $\alpha: 100.00\%$ SF: 5.4E-5%	239U 23.45 M $\beta^-: 100.00\%$	240U 14.1 H $\beta^-: 100.00\%$	241U β^-	242U 16.8 M $\beta^-: 100.00\%$	243U	
235Pa	236Pa	237Pa	238Pa	239Pa	240Pa				

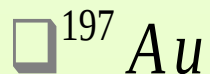
Ver vida media

Sobre estados excitados



Ir a la página web!

<https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>



ps = picosegundo

Tiempo característico de transición de estados excitados

$$10^{-12} \text{ s} = 1 \text{ ps}$$

Tiempos característicos

Tiempo 'formación núcleo'

$$t_{nuc} \sim 10^{-22} \text{ s}$$

Tiempo 'formación átomo'

$$t_{nuc} \sim 10^{-14} \text{ s}$$

Tiempo 'de decaimiento gamma'

$$t_{nuc} \sim 10^{-12} \text{ s}$$

Tiempo 'de resonancias'

$$T_{1/2} \gtrsim t_{nuc}$$

Cálculo de tiempo de 'tránsito'

Tiempo de tránsito

$$2R = v_F t_{nuc} \Rightarrow t_{nuc} = \frac{2R}{v_F}$$

Velocidad de Fermi
(a definir cuando veamos
Modelo del Gas de Fermi)

$$t_{nuc} = r_0 A^{1/3} \sqrt{\frac{2m}{\varepsilon_F}}$$

$$\varepsilon_F \stackrel{t_{*}}{=} \frac{1}{2} m v_F^2$$

Pendiente de cuantificar

Radio nuclear

$$\int_0^R \rho(\vec{r}) d^3\vec{r} = \int_0^R \rho_0 d^3\vec{r} = 4\pi\rho_0 \frac{R^3}{3} = A$$

$$R^3 = \frac{3}{4\pi\rho_0} A \Rightarrow R \propto A^{1/3}$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

Radio reducido

Tiempo nuclear característico

$$t_{nuc} \cong 2.6 \times 10^{-23} A^{1/3} \text{ seg}$$

Ejemplos de Resonancias

Tiempo característico

$$t_{nuc} \cong 2.6 \times 10^{-23} A^{1/3} \text{ seg}$$

<p>6Be 92 KeV</p> <p>α: 100.00% P: 100.00%</p>	<p>7Be 53.22 D</p> <p>ϵ: 100.00%</p>	<p>8Be 5.57 eV</p> <p>α: 100.00%</p>
<p>5Li ≈ 1.5 MeV</p> <p>α: 100.00% P: 100.00%</p>	<p>6Li STABLE 7.59%</p>	<p>7Li STABLE 92.41%</p>
<p>4He STABLE 99.999866%</p>	<p>5He 0.60 MeV</p> <p>N: 100.00% α: 100.00%</p>	<p>6He 806.7 MS</p> <p>β^-: 100.00%</p>

Tiempo de vida media

Núcleo	$T_{1/2}(s)$
^5He	7.6×10^{-22}
^{10}Li	2×10^{-21}
^8Be	8.2×10^{-17}
^{212}Po	2.99×10^{-7}
^{214}Po	1.64×10^{-4}
^6He	8.07×10^{-1}
^{10}C	19.3
^{11}C	1.2×10^3
^7Be	4.6×10^6
^{238}U	1.4×10^{17}

Definición de estados Isómeros

Estados excitados metaestables

$$10^{-9} s$$

Son estados excitados que no tienen transiciones favorables para decaer en gama, sea porque la **transición** de momento angular no le es favorable o porque no lo es favorable el cambio de esférico a deformado.

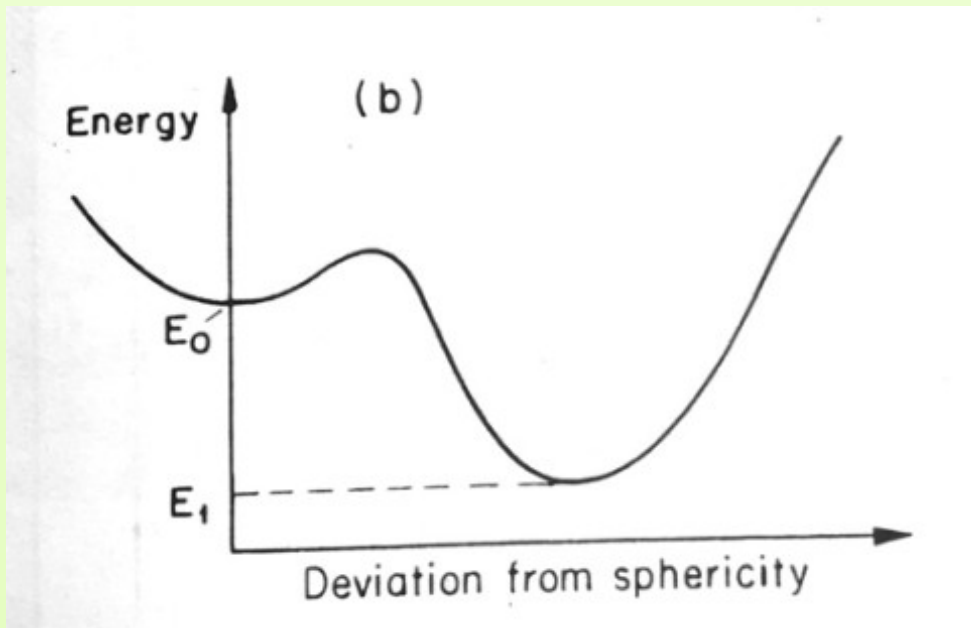
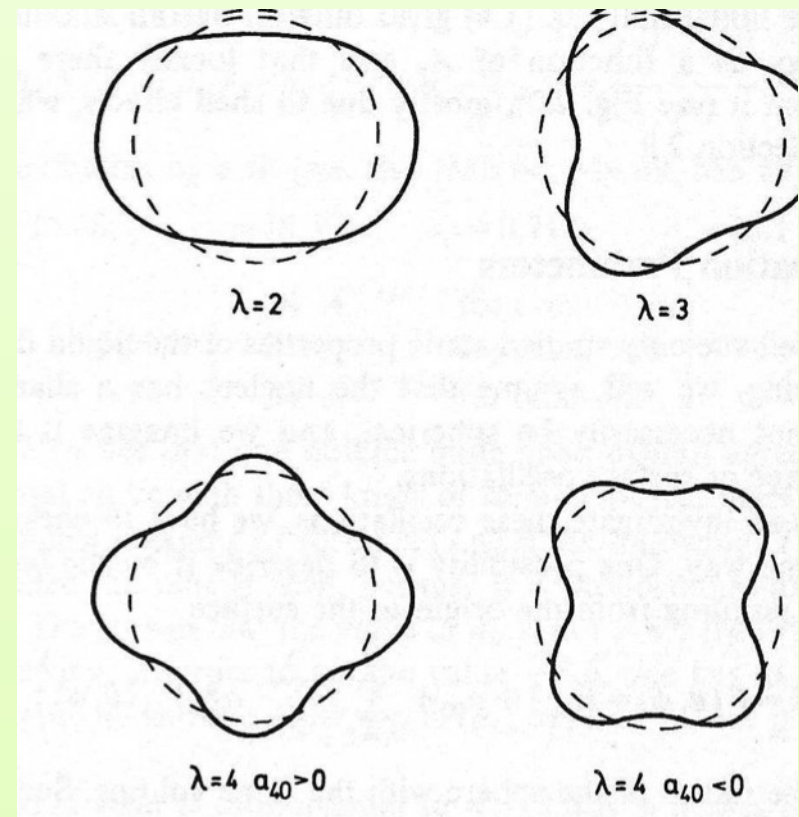
Ocurrencia de estados Isómeros debido a la forma

Estados excitados metaestables

$$10^{-9} \text{ s}$$

El núcleo puede tener el mínimo en una configuración deformada. Luego, si estuviera en un estado excitado esférico, *decaer implicaría redistribuir su masa*, que a su vez, implica una transición simultánea de muchos núcleos, lo cual inhibe el decaimiento.

Posibles deformaciones



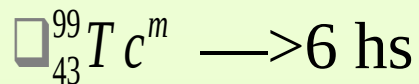
Ejemplo de Isómero

Estados excitados metaestables

$$10^{-9} s$$

Aplicación en Medicina Nuclear

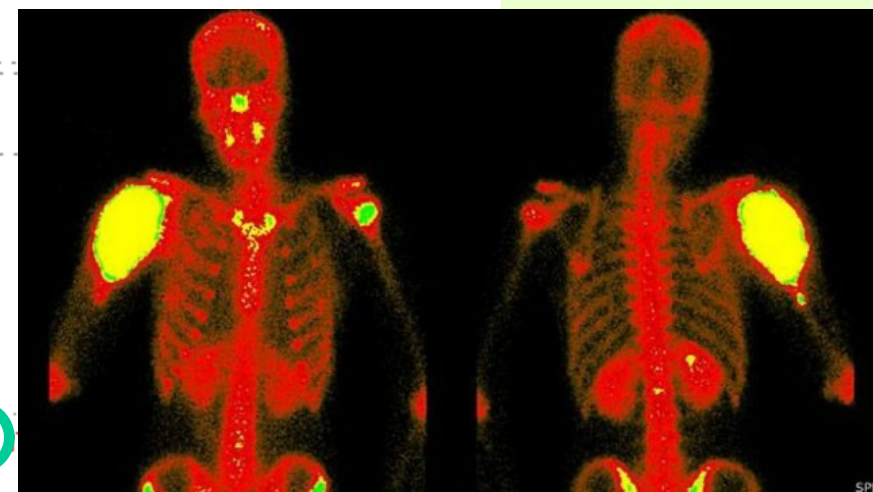
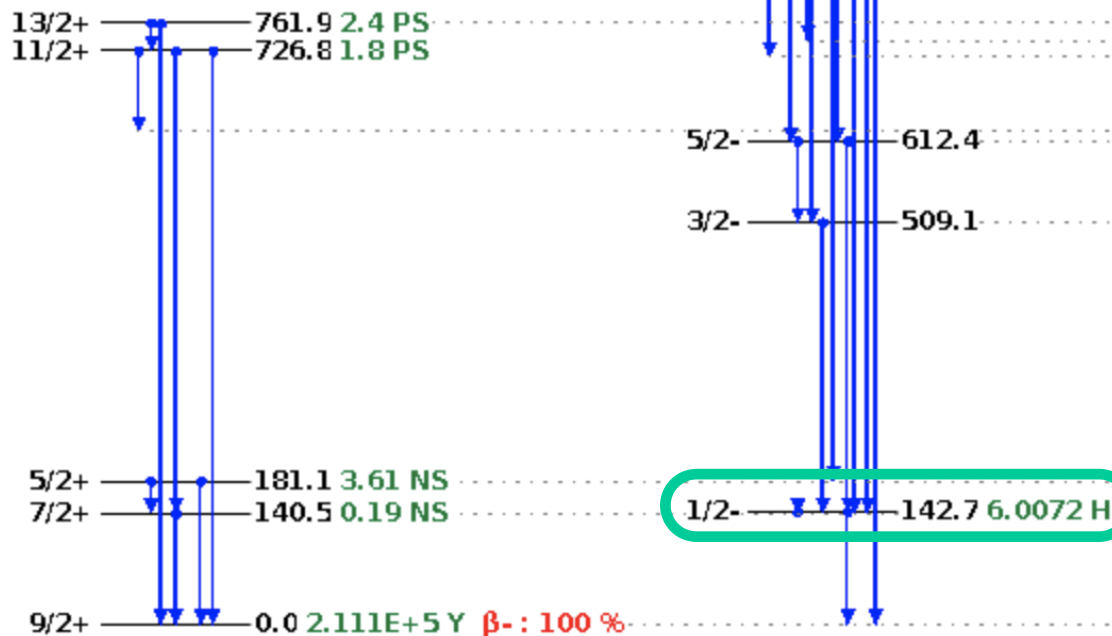
Ejemplo 1: Tecnecio 99



Ground and isomeric state information for ${}_{43}^{99}\text{Tc}$

E(level) (MeV)	J π	Δ (MeV)	T _{1/2}	Decay Modes
0.0	9/2+	-87.3278	2.111×10 ⁵ y 12	β^- : 100.00 %
0.1427	1/2-	-87.1851	6.0067 h 5	IT : 100.00 % β^- : 3.7E-3 %

Implica gran cambio en el MA



Radiofármaco para huesos

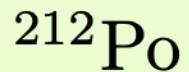
Otro ejemplo de Isómero

Estados excitados metaestables

$$10^{-9} s$$

Implica gran cambio en el MA

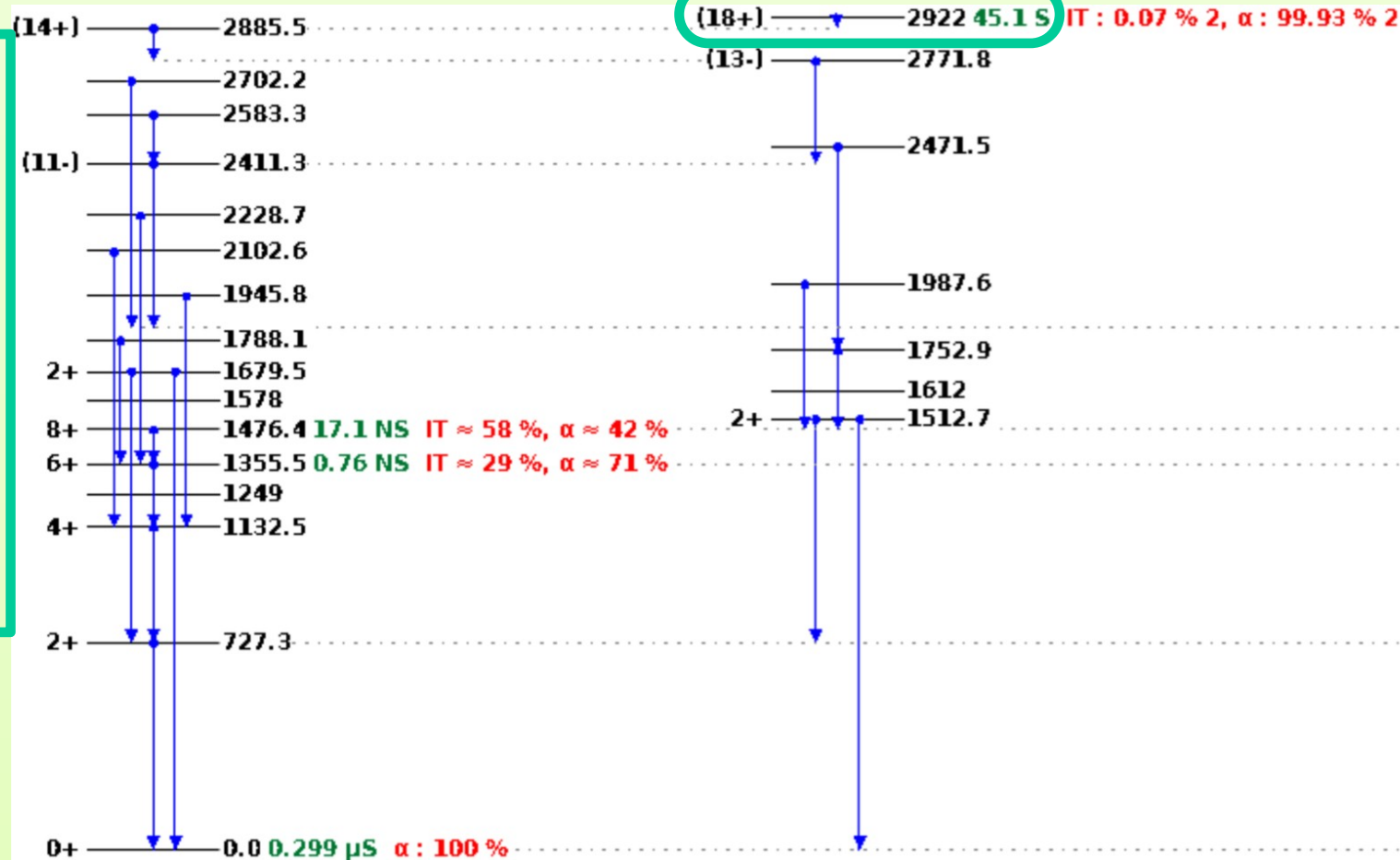
Ejemplo 2:



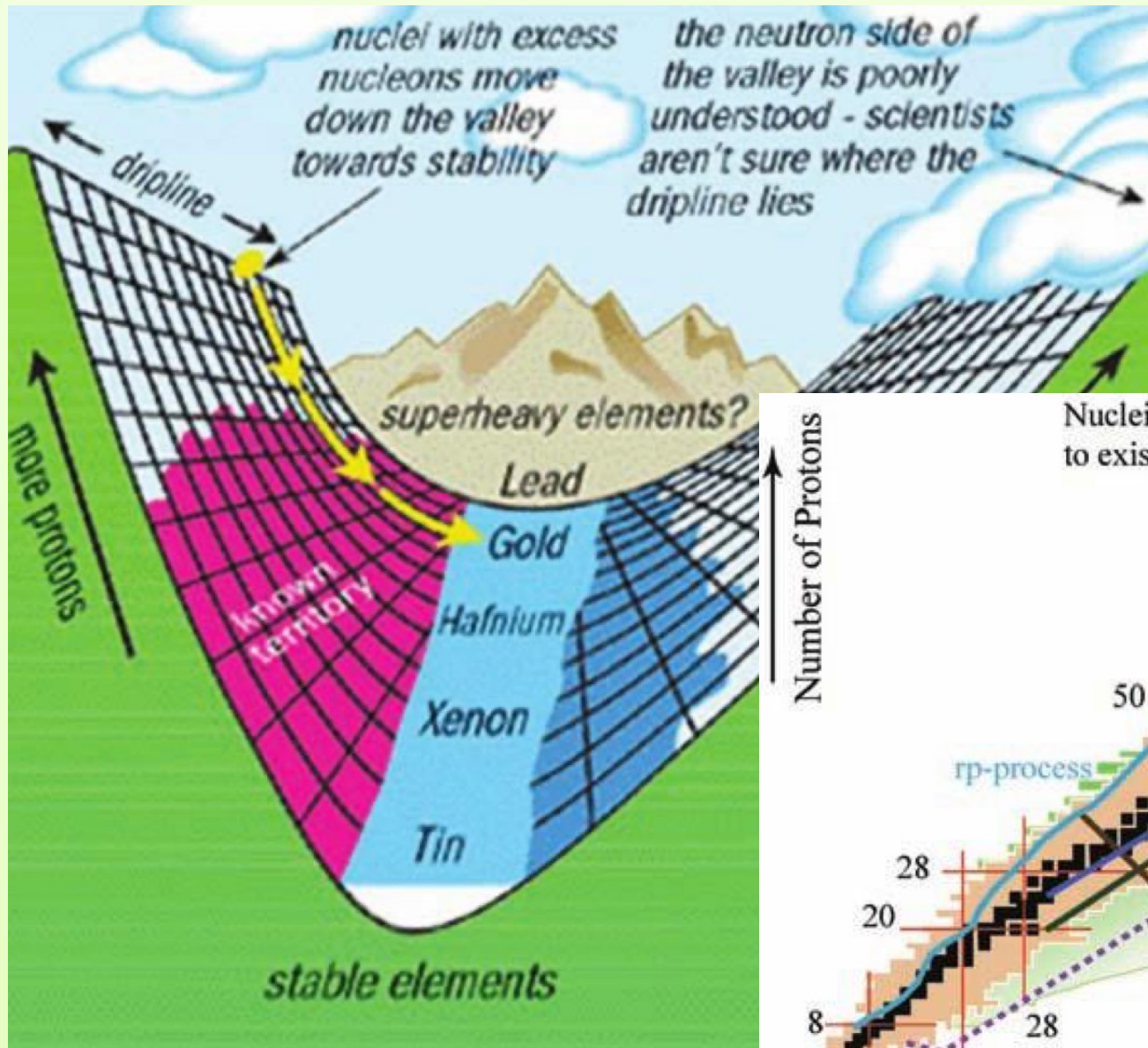
$$T_{1/2} = 45.1(6) s$$

$$E_x = 2.922 \text{ MeV}$$

$$J^\pi = 18^+$$

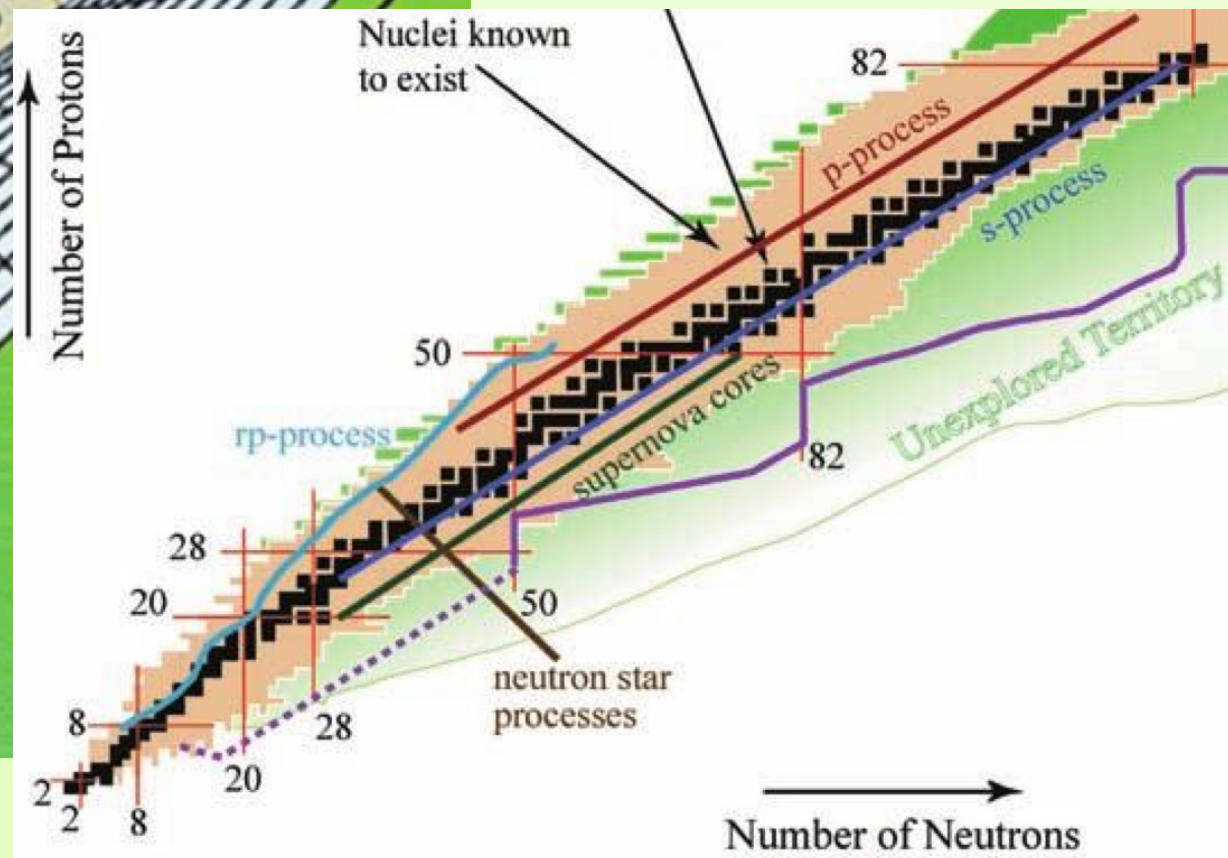


Decaimientos al 'valle' de estabilidad



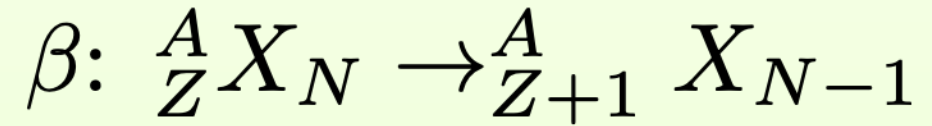
Canales de decaimientos

- Beta negativo
- Beta positivo
- Alfa
- Conversión interna

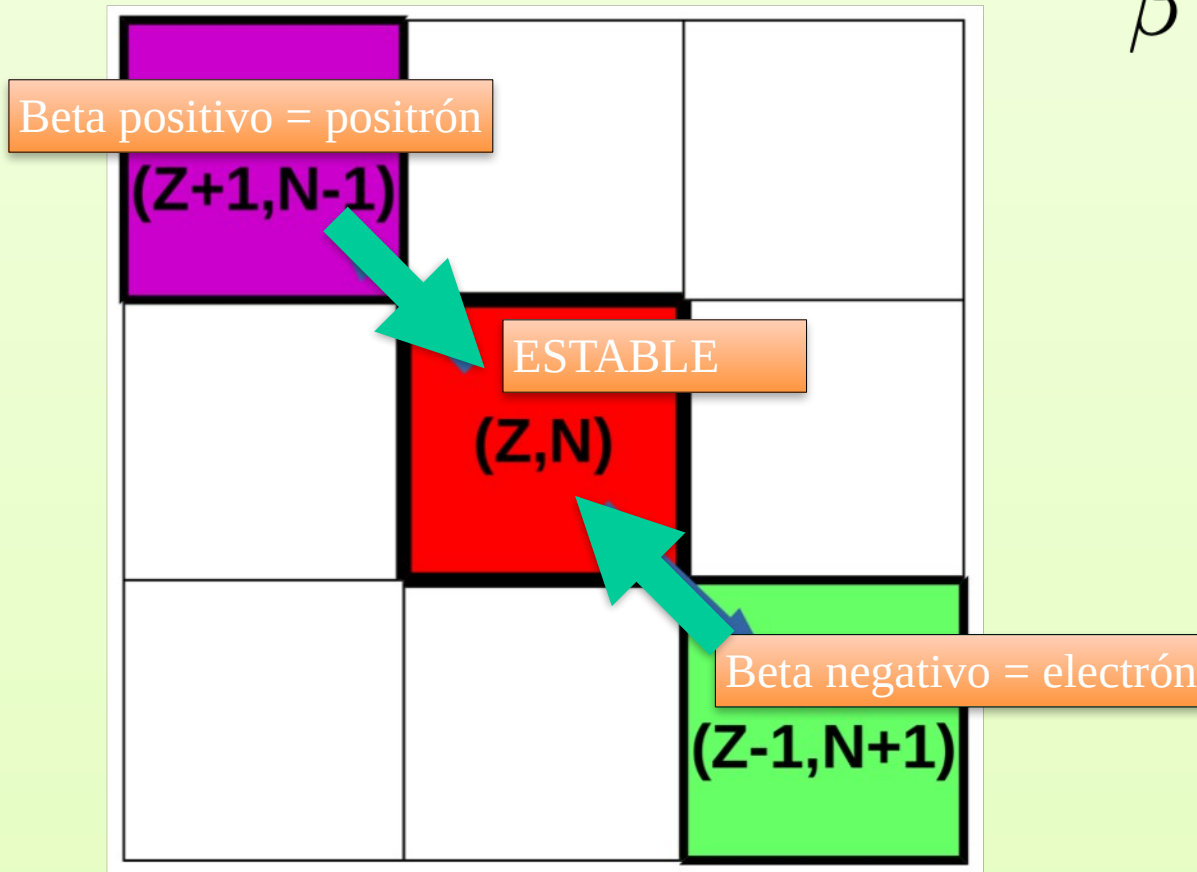
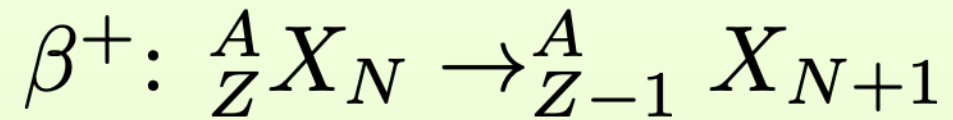


Estabilidad: Decaimientos beta

Beta negativo = electrón

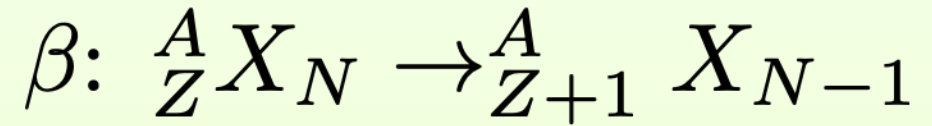


Beta positivo = positrón



Decaimientos beta negativo

Beta negativo = electrón



	38Ti	39Ti	40Ti	41Ti	42Ti	43Ti	44Ti	45Ti	46Ti	47Ti	48Ti	49Ti	50Ti
36Sc	37Sc	38Sc	39Sc	40Sc	41Sc	42Sc	43Sc	44Sc	45Sc	46Sc	47Sc	48Sc	49Sc
35Ca	36Ca	37Ca	38Ca	39Ca	40Ca	41Ca	42Ca	43Ca	44Ca	45Ca	46Ca	47Ca	48Ca
34K	35K	36K	37K	38K	39K	40K	41K	42K	43K	44K	45K	46K	47K
33Ar	34Ar	35Ar	36Ar	37Ar	38Ar	39Ar	40Ar	41Ar	42Ar	43Ar	44Ar	45Ar	46Ar
32Cl	33Cl	34Cl	35Cl	36Cl	37Cl	38Cl	39Cl	40Cl	41Cl	42Cl	43Cl	44Cl	45Cl
31S	32S	33S	34S	35S	36S	37S	38S	39S	40S	41S	42S	43S	44S

ESTABLE

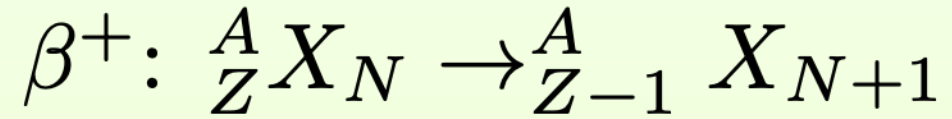
Beta negativo = electrón

- Stable
- EC+β+
- β-
- β+

Fuente: nndc

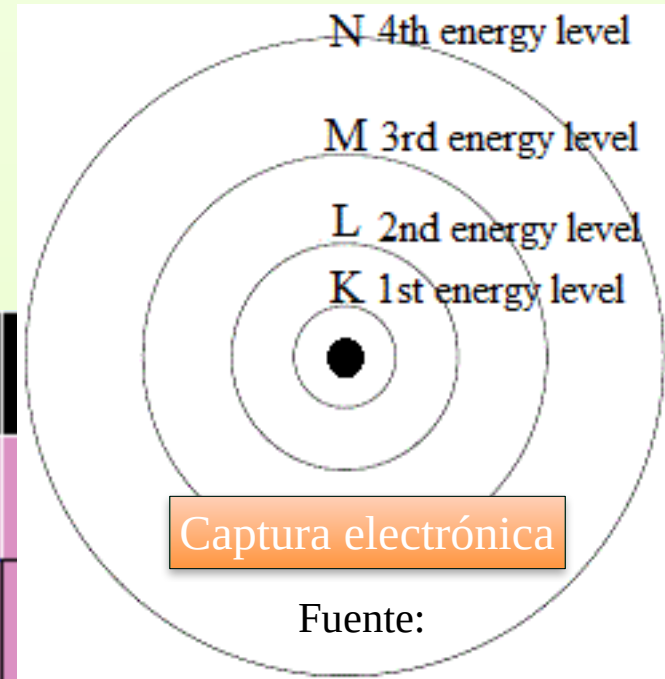
Estabilidad: beta positivo + captura electrónica (EC)

Beta positivo = positrón



Captura electrónica

Beta positivo = positrón



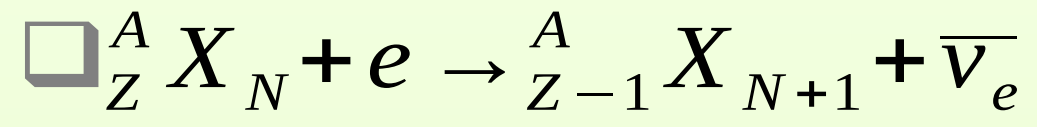
	38Ti	39Ti	40Ti	41Ti	42Ti	43Ti	44Ti	45Ti	46Ti	47Ti			
36Sc	37Sc	38Sc	39Sc	40Sc	41Sc	42Sc	43Sc	44Sc	45Sc	46Sc			
35Ca	36Ca	37Ca	38Ca	39Ca	40Ca	41Ca	42Ca	43Ca	44Ca	45Ca			
34K	35K	36K	37K	38K	39K	40K	41K	42K	43K	44K	45K	46K	47K
33Ar	34Ar	35Ar	36Ar	37Ar	38Ar	39Ar	40Ar	41Ar	42Ar	43Ar	44Ar	45Ar	46Ar
33Cl	34Cl	35Cl	36Cl	37Cl	38Cl	39Cl	40Cl	41Cl	42Cl	43Cl	44Cl	45Cl	
31S	32S	33S	34S	35S	36S	37S	38S	39S	40S	41S	42S	43S	44S

ESTABLE

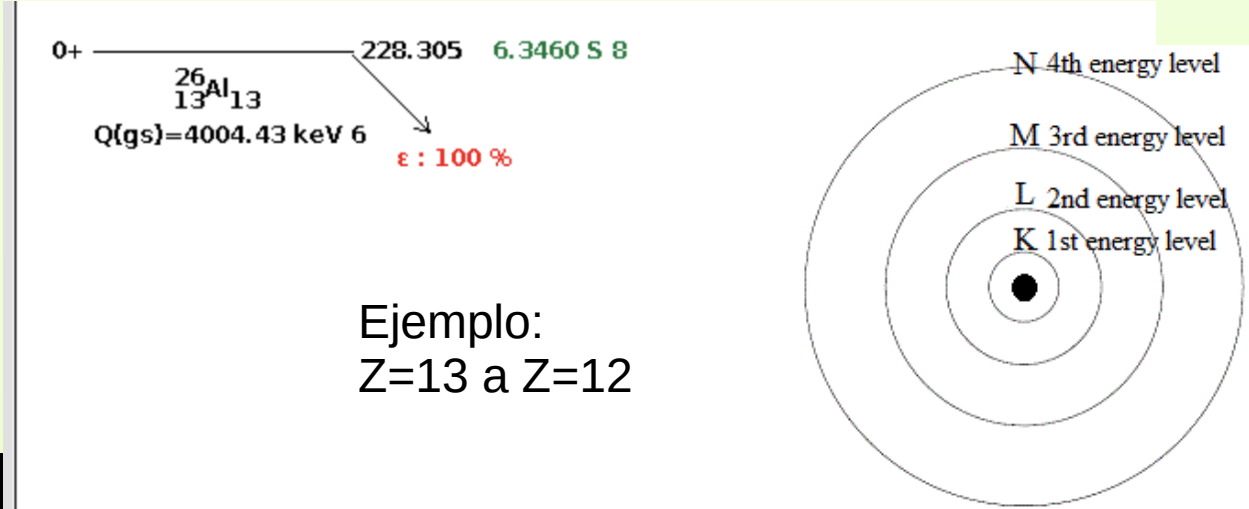
- Stable
- EC+β+
- β-

Estabilidad: captura electrónica (EC)

$$p + e \rightarrow n + \bar{\nu}_e$$



Importancia relativa beta versus captura (siguiente transparencia)



Ejemplo:
Z=13 a Z=12

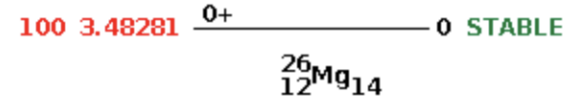
Beta positivo = positrón

Captura electrónica

0%	25Al 7.183 S	26Al 7.17E+05 Y	27Al STABLE 100%
0%	ε: 100.00%	ε: 100.00%	
0%	24Mg STABLE 78.99%	25Mg STABLE 10.00%	26Mg STABLE 11.01%
0%			27Mg 9.458 M β-: 100.00%
0%	23Na STABLE	24Na 14.997 H	25Na 59.1 S
0%			26Na 1.07128 S

ESTABLE

I(%) Logft

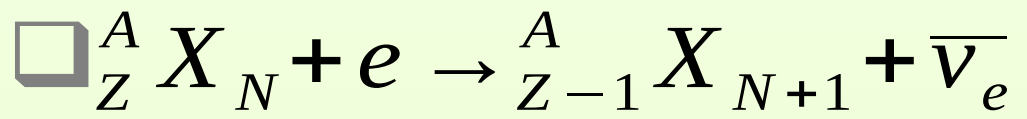


Energy (keV)	End-point energy (keV)	Intensity (%)	Dose (MeV/Bq-s)
1439.58	3210.74	99.9176	1.438394
Mean beta+ energy: 1439.580 keV 18, total beta+ intensity: 99.9176 % 9, mean beta+ dose: 1.438394 MeV/Bq-s 22			
Electrons:			
Energy (keV)	Intensity (%)	Dose (MeV/Bq-s)	
Auger K	1.18	0.07321	8.638E-7

Captura electrónica

Estabilidad: captura electrónica (EC)

$$p + e \rightarrow n + \bar{\nu}_e$$



Parent Nucleus	Parent E(level)	Parent J π	Parent T _{1/2}	Decay Mode	GS-GS Q-value (keV)	Daughter Nucleus	Decay Scheme	ENSDF file
²⁶ ₁₃ Al	228.30513	0+	6.3460 s 8	ε: 100 %	4004.43 6	²⁶ ₁₂ Mg		

Ejemplo:
Z=13 a Z=12

Beta+:

Energy (keV)	End-point energy (keV)	Intensity (%)	Dose (MeV/Bq-s)
1439.58	3210.74 6	99.9176 % 9	1.438394

Mean beta+ energy: 1439.580 keV 18, total beta+ intensity: 99.91

Electrons:

Energy (keV)	Intensity (%)	Dose (MeV/Bq-s)
Auger K 1.18	0.07321 % 7	8.638E-7 8

Parent	Decay Mode	Half-life	Intensity	Daughter	Decay Mode	Half-life	Intensity
²⁵ Al	ε: 100.00%	7.183 S	7.17E+05 Y	²⁶ Mg	STABLE		11.01%
²⁷ Al	β-: 100.00%	2.245 M		²⁸ Al	β-: 100.00%		
²⁴ Mg	STABLE	78.99%		²⁵ Mg	STABLE	10.00%	
²⁶ Mg	STABLE			²⁷ Mg	β-: 100.00%		9.458 M
²³ Na	STABLE			²⁴ Na	β-: 100.00%	14.997 H	
²⁵ Na	STABLE			²⁶ Na	β-: 100.00%	1.07128 S	

Beta positivo = positrón
Captura electrónica

ESTABLE

Estabilidad: Decaimientos alfa

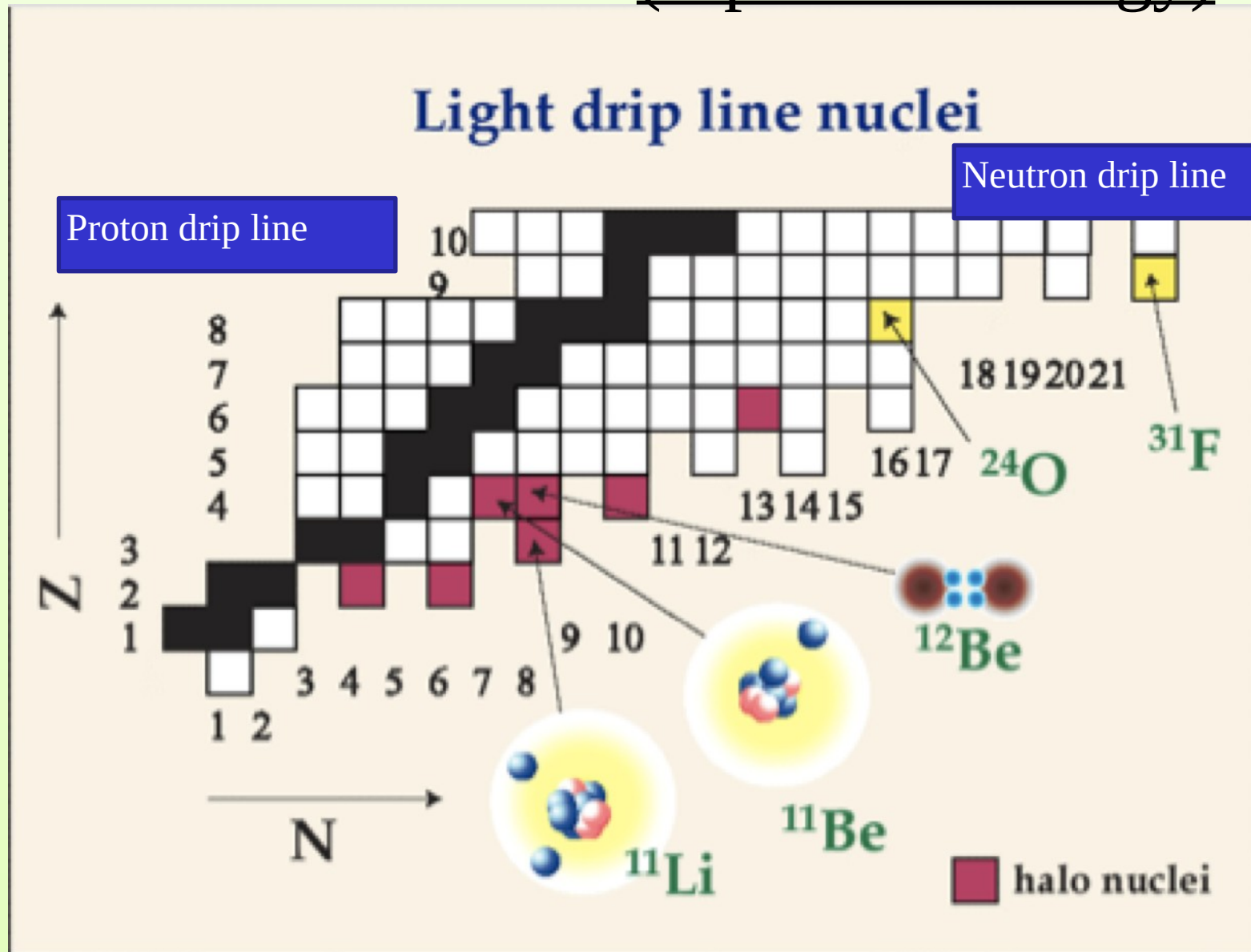
	Decae a estado inestable				Decae a estado estable				
Z	206Po 8.8 D ε: 94.55% α: 5.45%	207Po 5.80 H ε: 99.98% α: 0.02%	208Po 2.898 Y ε: 100.00% α: 4.0E-3%	209Po 124 Y α: 99.55% ε: 0.45%	210Po 138.376 D α: 100.00%	211Po 0.516 S α: 100.00%	212Po 0.299 μS α: 100.00%	213Po 3.72 μS α: 100.00%	214Po 163.6 μS α: 100.00%
83	205Bi 15.31 D ε: 100.00%	206Bi 6.242 D ε: 100.00%	207Bi 31.55 Y ε: 100.00%	208Bi 3.68E+5 Y ε: 100.00%	209Bi 2.01E19 Y 100.0%	210Bi 5.012 D β-: 100.00% α: 2.4%	211Bi 2.14 M α: 99.72% β-: 0.28%	212Bi 60.55 M β-: 64.06% α: 35.94%	213Bi 45.61 M β-: 97.80% α: 2.20%
82	204Pb ≥ 1.4E+17 Y 1.4% α	205Pb 1.73E+7 Y ε: 100.00%	206Pb STABLE 24.1%	207Pb STABLE 42.6%	208Pb STABLE 52.4%	209Pb 3.234 H β-: 100.00%	210Pb 22.20 Y β-: 100.00% α: 1.9E-6%	211Pb 36.1 M β-: 100.00%	212Pb 10.64 H β-: 100.00%
81	203Tl STABLE 29.524%	204Tl 3.783 Y β-: 97.08% ε: 2.92%	205Tl STABLE 70.48%	206Tl 4.202 M β-: 100.00%	207Tl 4.77 M β-: 100.00%	208Tl 3.053 M β-: 100.00%	209Tl 2.162 M β-: 100.00%	210Tl 1.30 M β-: 100.00% β-n: 7.0E-3%	211Tl 88 S β-: 100.00% β-n
80	202Hg STABLE 29.86%	203Hg 46.594 D β-: 100.00%	204Hg STABLE 6.87%	205Hg 5.14 M β-: 100.00%	206Hg 8.32 M β-: 100.00%	207Hg 2.9 M β-: 100.00%	208Hg 41 M β-: 100.00%	209Hg 36 S β-: 100.00%	210Hg >300 NS β-: 100.00%
	122	123	124	125	126	127	128	129	N

- Stable
- EC+β+
- β-
- α

Fuente: nndc

Linea de goteo (Drip line)

Decaimiento de nucleón versus decaimiento beta (separation energy)



Energías de ligadura y separación

Conceptos relacionados con la masa

Masa del núcleo

$$m(A, Z) = M(A, Z) - Z m_e + \frac{B_e}{c^2}$$

Masa del átomo

$$M(A, Z)$$

Masa electrón

$$m_e$$

Masa ligadura
Electrones

$$B_e/c^2$$

Energía de ligadura electrones

$$B_e(Z) = 14.4381 Z^{2.39} + 1.55468 \times 10^{-6} Z^{5.35} \text{ eV}$$

Conceptos relacionados con la masa

Masa del núcleo

$$m(A, Z) = M(A, Z) - Z m_e + \frac{B_e}{c^2}$$

Masa del átomo

$$M(A, Z)$$

Masa electrón

$$m_e$$

Masa ligadura
Electrones

$$B_e/c^2$$

Energía de ligadura electrones

$$B_e(Z) = 14.4381 Z^{2.39} + 1.55468 \times 10^{-6} Z^{5.35} \text{ eV}$$

Defecto de masa

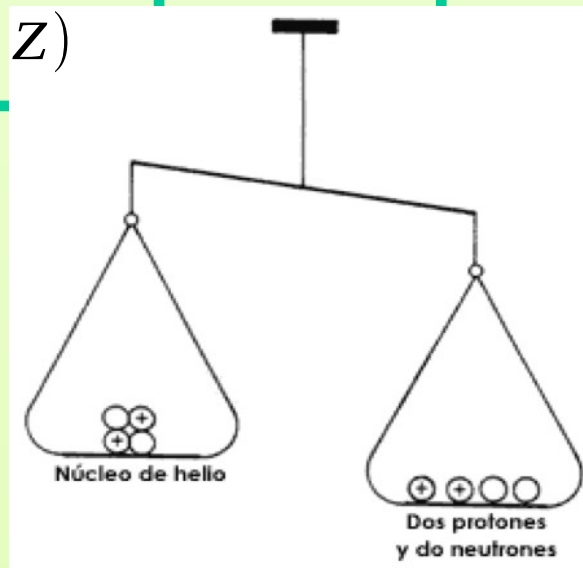
$$\Delta m = (Z m_p + N m_n) - m(A, Z)$$

$$[\Delta m] = u m a = \frac{M e v}{c^2}$$

$$1 u m a \approx \frac{931.5 M e V}{c^2}$$

Energía de ligadura

$$B = \Delta m c^2 \quad [B] = M e V$$



Conceptos relacionados con la masa

Masa del núcleo

$$m(A, Z) = M(A, Z) - Z m_e + \frac{B_e}{c^2}$$

Masa del átomo

$$M(A, Z)$$

Masa electrón

$$m_e$$

Masa ligadura
Electrones

$$B_e/c^2$$

Energía de ligadura electrones

$$B_e(Z) = 14.4381 Z^{2.39} + 1.55468 \times 10^{-6} Z^{5.35} \text{ eV}$$

Defecto de masa

$$\Delta m = (Z m_p + N m_n) - m(A, Z)$$

$$[\Delta m] = \text{uma} = \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$1 \text{ uma} \approx \frac{931.5 \text{ MeV}}{c^2}$$

Energía de ligadura

$$B = \Delta m c^2 \quad [B] = \text{MeV}$$

Exceso de masa

$$m_{exc} = m(A, Z) - A \quad [m] = \text{uma}$$

Ver sitio:

https://www-nds.iaea.org/amdc/ame2020/mass_1.mas20.txt

Ejemplo: uso de la masa nuclear para calcula energía de ligadura

Defecto de masa

$$\Delta m = (Z m_p + N m_n) - m(A, Z)$$

$$m_{exc} = m(A, Z) - A$$

$$\Delta m = Z M_{exc}(H) + N m_{exc}(n) - M_{exc}(A, Z)$$

$$1 \text{ u m a} \approx \frac{931.5 \text{ MeV}}{c^2}$$

$$[\Delta m] = \text{u m a} = \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Ir a la pagina web https://www-nds.iaea.org/amdc/ame2020/mass_1.mas20.txt

$$m_{exc}(n) = 8071.317 \text{ keV}$$

$$m_{exc}(H) = 7288.971 \text{ keV}$$

$$m_{exc}({}^{12}\text{C}) = 0 \text{ keV}$$

$$\Delta m({}^{12}\text{C}) = Z m_{exc}(p) + N m_{exc}(n) - m_{exc}(A, Z)$$

$$\Delta m({}^{12}\text{C}) = 92161.78 \text{ keV}$$

Comparar con tabla (ir al link)

<https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/nudat2.jsp>

$$BE({}^{12}\text{C})/A = 7680.144 \text{ keV} \Rightarrow BE({}^{12}\text{C}) = 92161.728 \text{ keV}$$

Ejemplo: uso del exceso de masa para calcula energía de ligadura

Defecto de masa

$$\Delta m = (Z m_p + N m_n) - m(A, Z)$$

$$m(A, Z) = M(A, Z) - Z m_e + \frac{B_e}{c^2}$$

$$[\Delta m] = u m a = \frac{M e v}{c^2}$$

Ir a la pagina web https://www-nds.iaea.org/amdc/ame2020/mass_1.mas20.txt

$$m_p = 1.007276466588 \text{ uma}$$

$$M({}^{12}\text{C}) = 12 \text{ uma}$$

$$B_e/c^2 = 1.122 \times 10^{-6} \text{ uma}$$

$$m_n = 1.0086649159 \text{ uma}$$

$$m_e = 0.000548579909065 \text{ uma}$$

$$m(12, 6) = 11.996710 \text{ uma}$$

$$1 \text{ uma} \approx \frac{931.5 \text{ MeV}}{c^2}$$

$$\Delta m({}^{12}\text{C}) = 0.098939 \text{ uma}$$

$$\Delta m({}^{12}\text{C}) = 92.161 \text{ MeV}$$

Comparar con tabla (ir al link)

<https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/nudat2.jsp>

$$B E({}^{12}\text{C})/A = 7680.144 \text{ keV} \Rightarrow B E({}^{12}\text{C}) = 92161.728 \text{ keV}$$

**Dependencia de la
energías de ligadura
con N y Z**

Fórmula empírica de Weizsäcker

$$B(N, Z) = aA - bA^{2/3} - s \frac{(N - Z)^2}{A} - d \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

Término de volumen

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(r_0 A^{1/3})^3,$$

(ganancia)

Simetría
(pérdida)

Coulomb

$$E = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R} \propto \frac{z^2}{A^{1/3}}$$

(pérdida)

Término de superficie

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi(r_0 A^{1/3})^2.$$

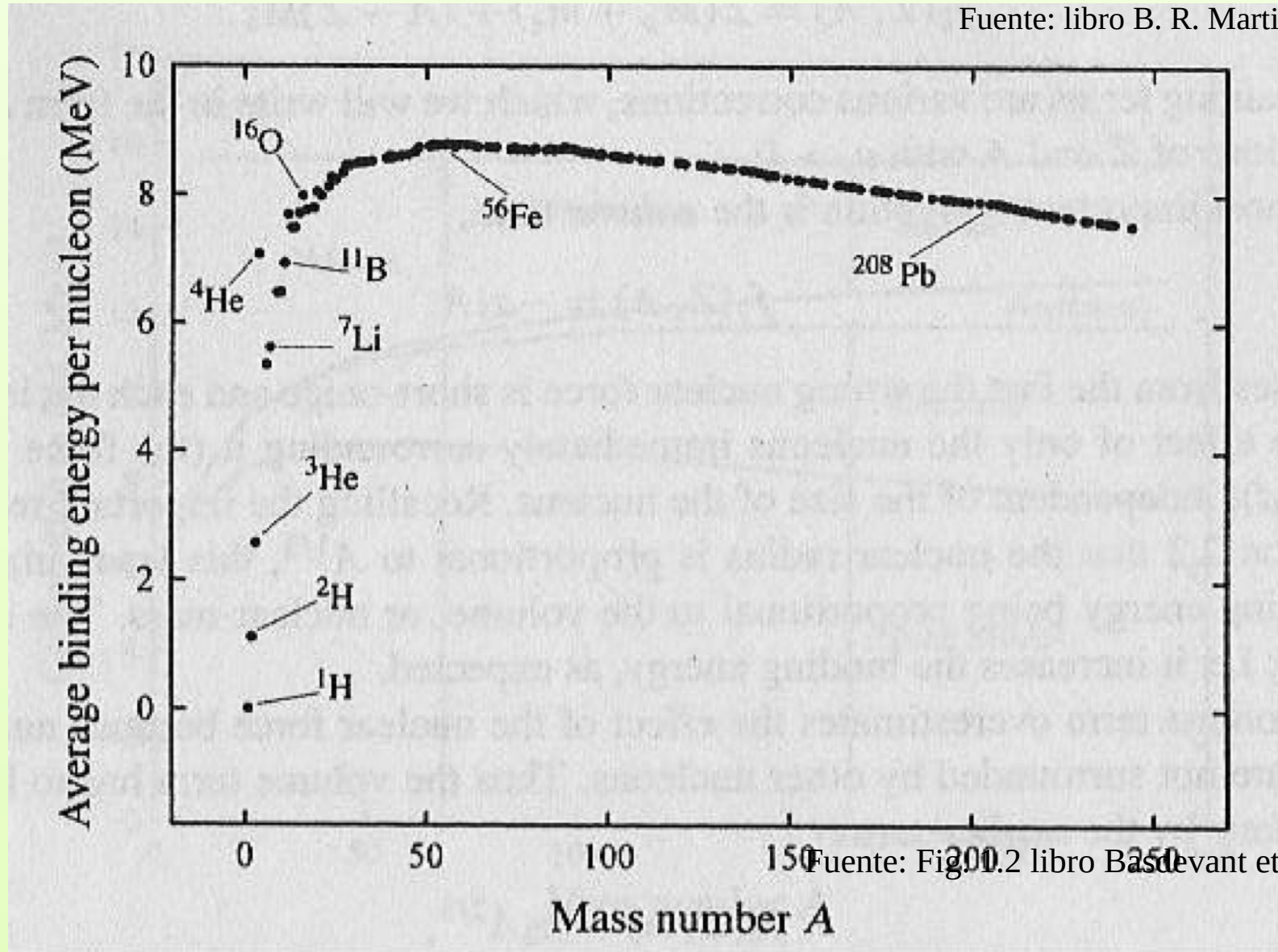
(pérdida)

Pairing-Apareamiento

$$\delta \begin{cases} < 0 & Z \text{ par, } N \text{ par (ganancia)} \\ = 0 & Z \text{ par} - N \text{ impar o } Z \text{ impar} - N \text{ par} \\ > 0 & Z \text{ impar, } N \text{ impar (pérdida)} \end{cases}$$

Energía de ligadura experimental por nucleón

Fuente: libro B. R. Martin

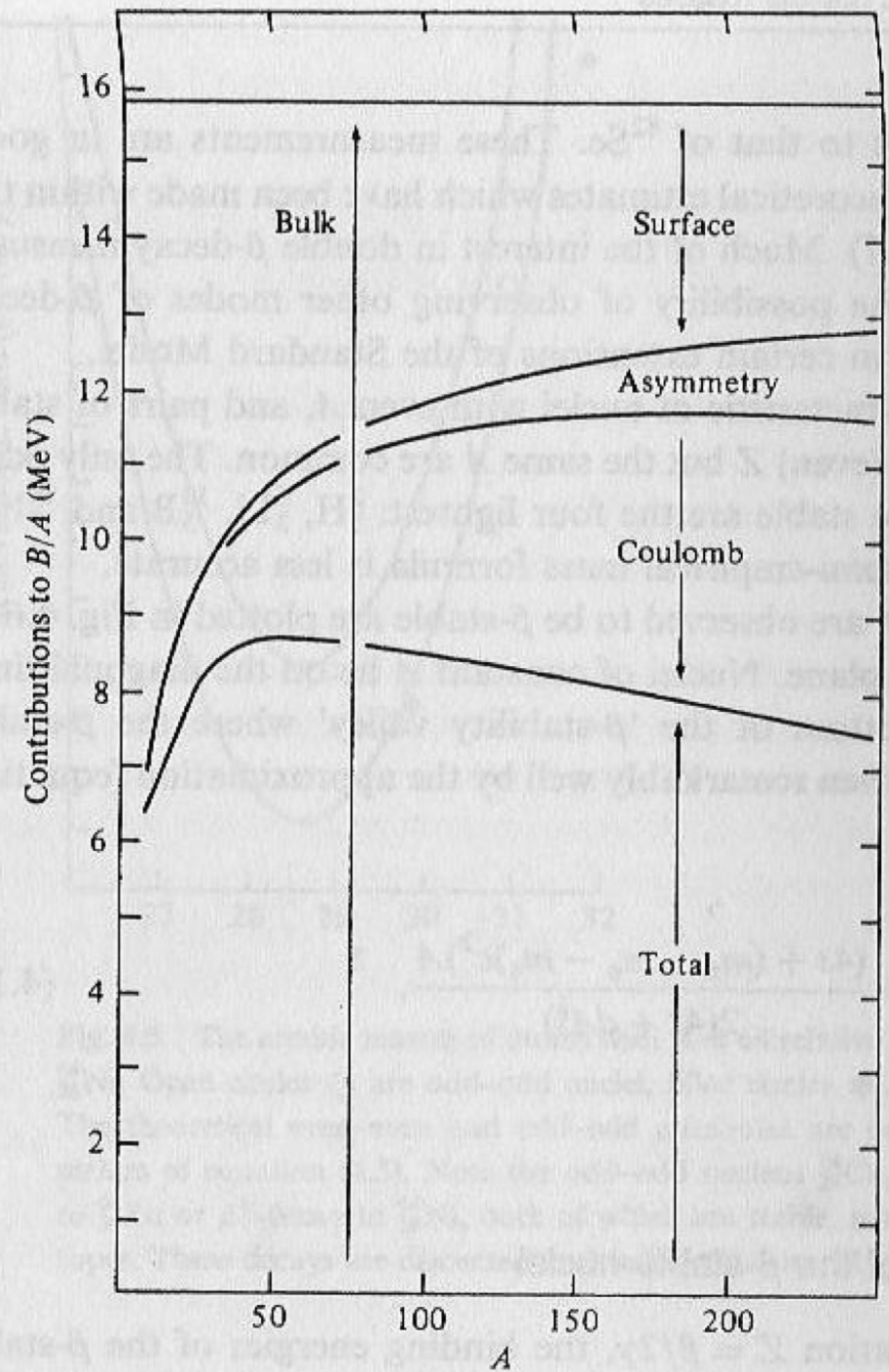


Fuente: Fig. 2 libro Basdevant et al.

Mass number A

Contribuciones relativas en la fórmula de (Bethe-)Weizsäcker

$$B(N, Z) = a A - b A^{2/3} - s \frac{(N - Z)^2}{A} - d \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$



Fuente: libro W.N. Cottingham and A.D. Greenwood

Parámetros optimizados

Optimización

$$a = 15.835 \text{ MeV},$$

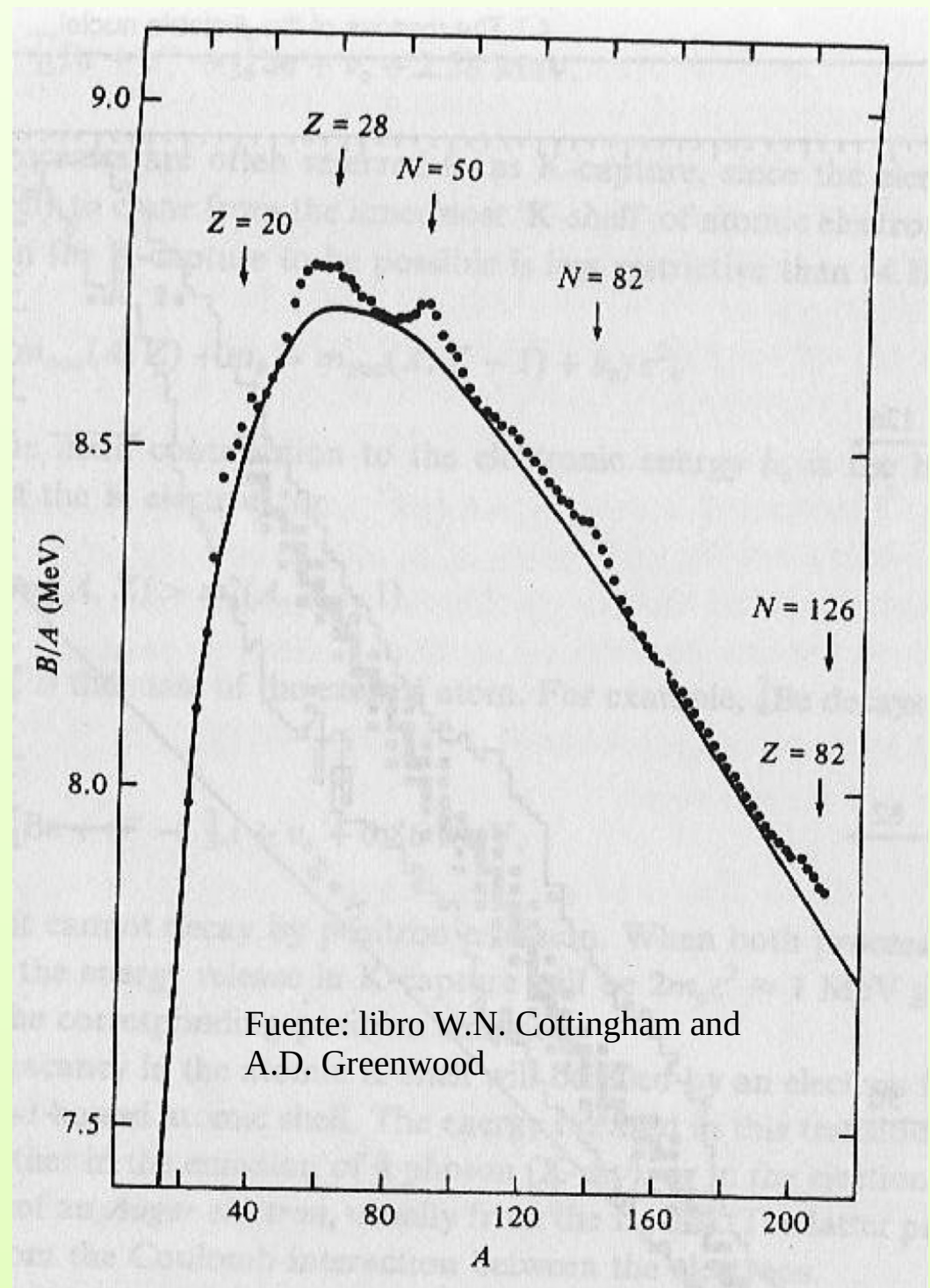
$$b = 18.33 \text{ MeV},$$

$$s = 23.20 \text{ MeV},$$

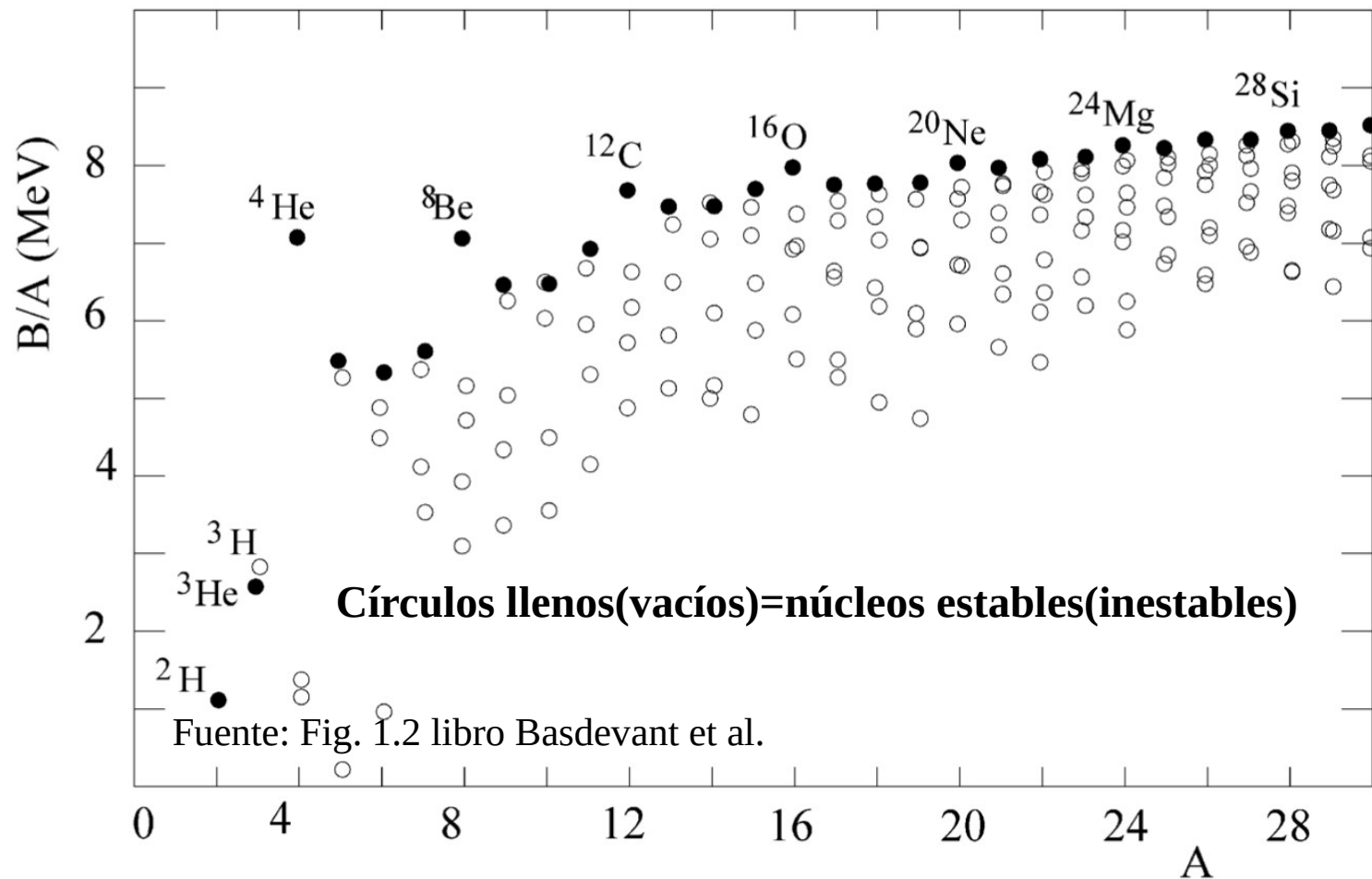
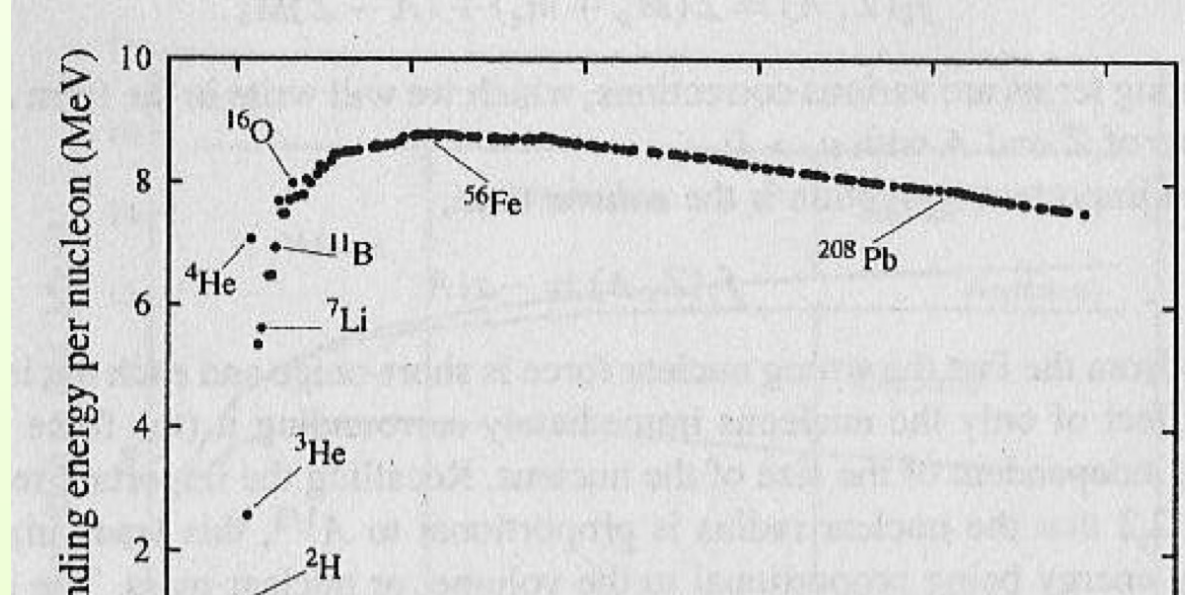
$$d = 0.714 \text{ MeV},$$

$$\delta_{o-o} = 11.2 \text{ MeV}, \delta_{e-o} = 0 \text{ MeV}, \delta_{e-e} = -11.2 \text{ MeV}.$$

$$B(N, Z) = aA - bA^{2/3} - s\frac{(N-Z)^2}{A} - d\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

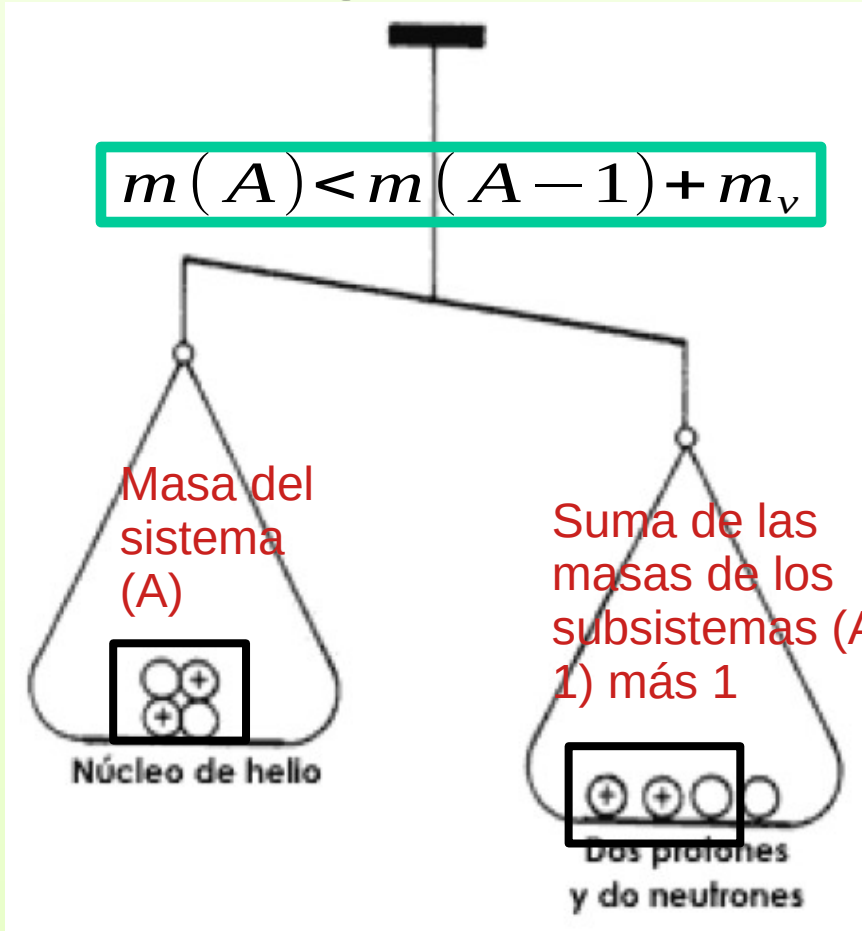


Comparación de energía de ligadura por nucleón entre Núcleos estables e inestables



Energía de separación

Energía de separación de un nucleón



Compensación

$$m(A) + S_n(A) = m(A-1) + m_n$$

Energía de separación de un neutrón

$$S_n(Z, N) = [m(Z, N - 1) + m_n] - m(Z, N)$$

Forma práctica de calcular la energía de separación

Energía de separación de un neutrón

$$S_n(Z, N) = [m(Z, N-1) + m_n]c^2 - m(Z, N)c^2$$

Energía de ligadura

$$BE(A, Z) = \Delta m c^2$$

$$\Delta m = (Z m_p + N m_n) - m(A, Z)$$

$$\frac{S_n(Z, N)}{c^2} = m(Z, N-1)[-Z m_p - (N-1) m_n] + m_n - m(Z, N)[+Z m_p + (N-1) m_n]$$

$$\frac{S_n(Z, N)}{c^2} = -\Delta m(Z, N-1) + \Delta m(Z, N)$$

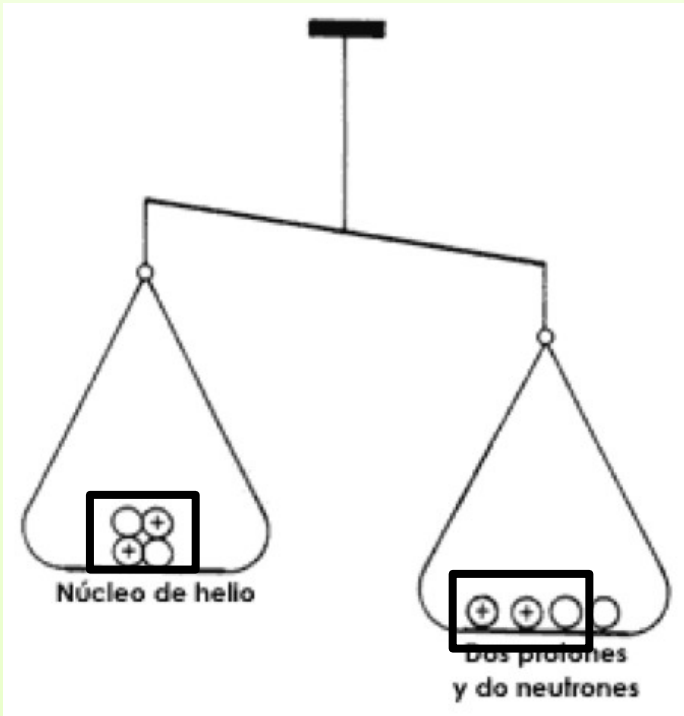
Energía de separación de un neutrón

$$S_n(Z, N) = -BE(Z, N-1) + BE(Z, N)$$

Energía de separación de un protón

$$S_p(Z, N) = +BE(Z, N) - BE(Z-1, N)$$

Ejemplo: energía de separación de un nucleón



$$m(A) < m(A-1) + m_n$$

$$S_n(Z, N) = B(Z, N) - B(Z, N-1)$$
$$S_p(Z, N) = B(Z, N) - B(Z-1, N)$$

Núcleo	S_n (MeV)	S_p (MeV)
${}^7\text{Li}$	7.251	9.9974
${}^4\text{He}$	20.578	19.814
${}^{16}\text{O}$	15.664	12.127
${}^{17}\text{O}$	4.143	13.782

Ejemplo: indicador de núcleo no ligado

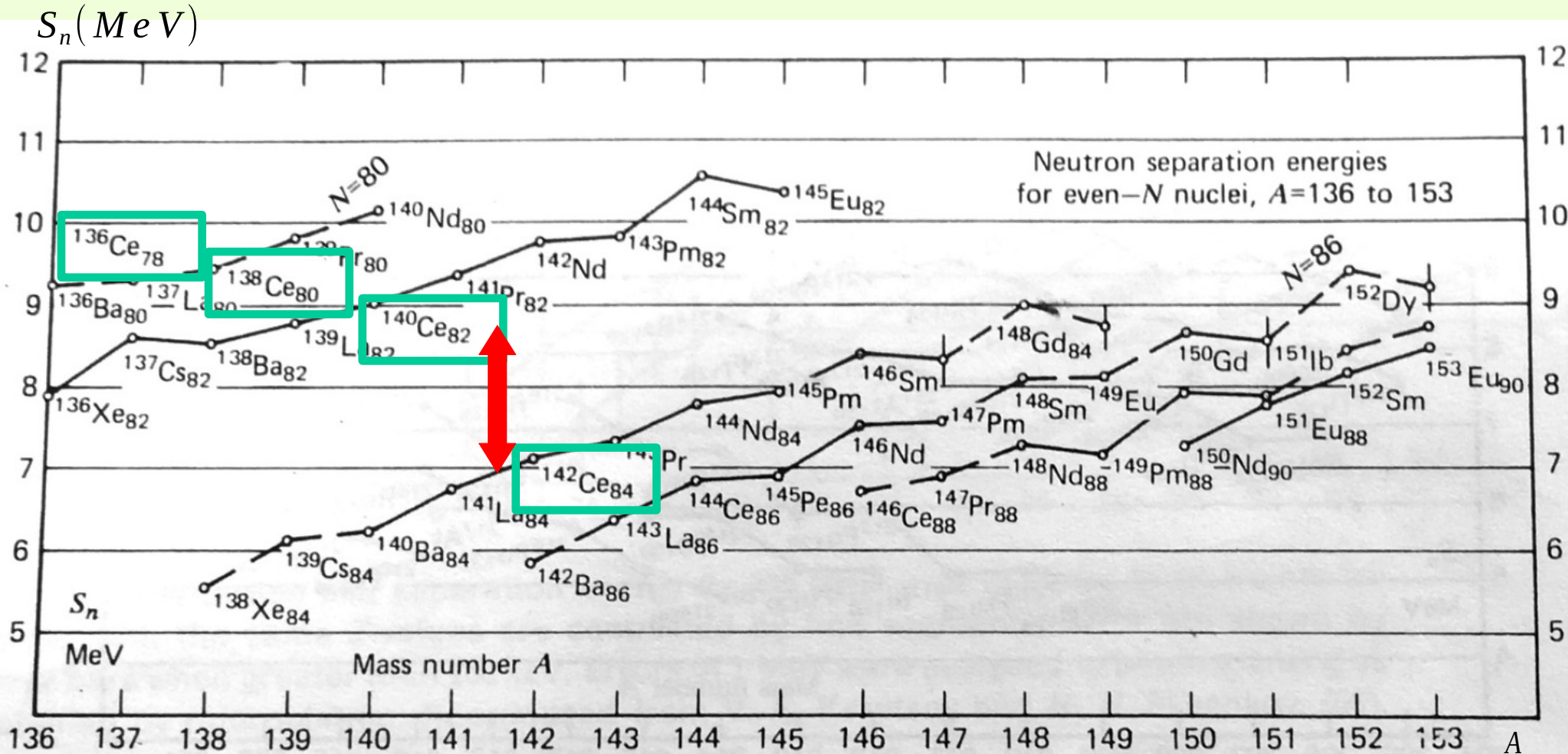
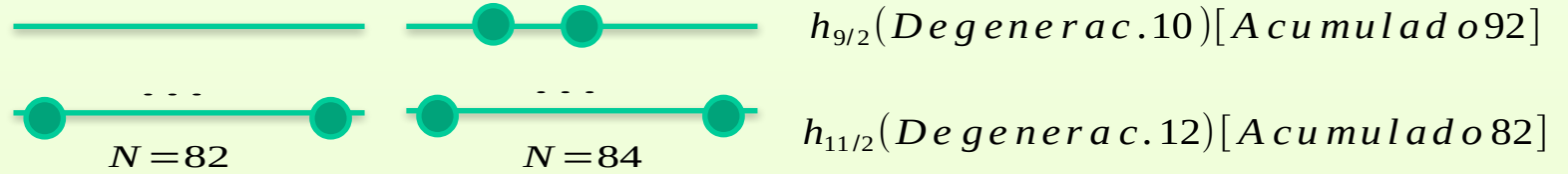
$$S_n(Z, N) = B(Z, N) - B(Z, N - 1)$$
$$S_p(Z, N) = B(Z, N) - B(Z - 1, N)$$

Núcleo	S_n (MeV)	S_p (MeV)
${}^7\text{Li}$	7.251	9.9974
${}^4\text{He}$	20.578	19.814
${}^5\text{He}$	-0.735	20.68
${}^{16}\text{O}$	15.664	12.127
${}^{17}\text{O}$	4.143	13.782

Resonancia



Evidencia de capas a partir de la energía de separación de un neutrón



Energía de separación de dos neutrones

$$S_{2n}(Z, N) = BE(Z, N) - BE(Z, N - 2)$$

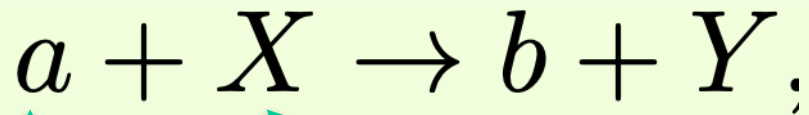
Energía de separación de dos nucleones

Isótopo	S_{2n} (MeV)	S_{2p} (MeV)
^{16}O	28.887	22.334
^{18}O	12.188	29.055
^{20}O	11.564	35.700
^{22}O	10.660	42.850
^{24}O	6.930	49.700
^{26}O	-0.090	—

Rudimentos sobre reacciones nucleares

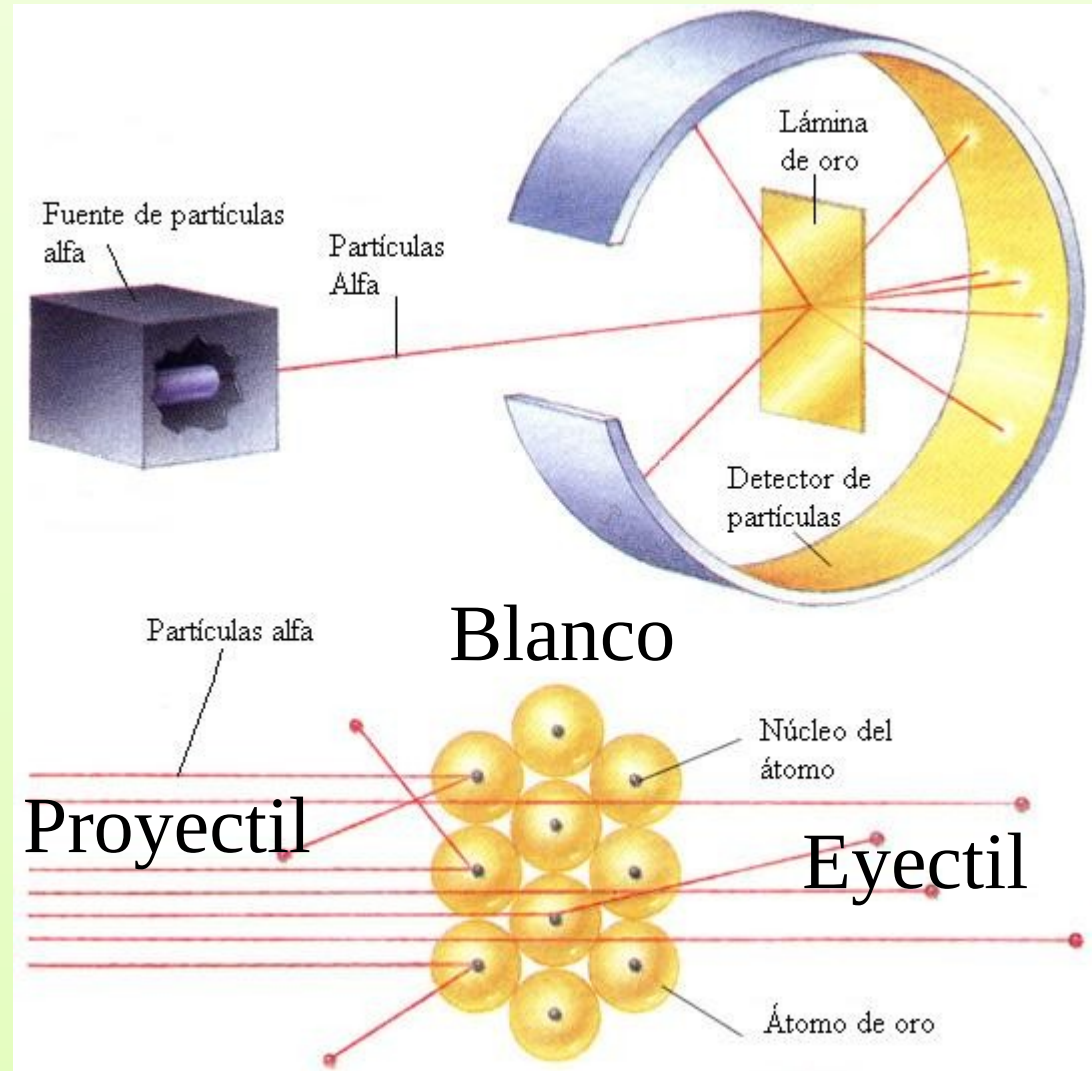
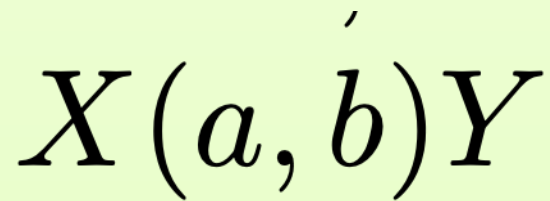
(volveremos más adelante)

Definición de reacción nuclear

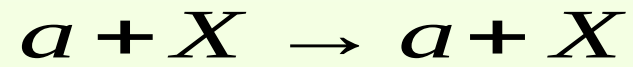


Proyectil

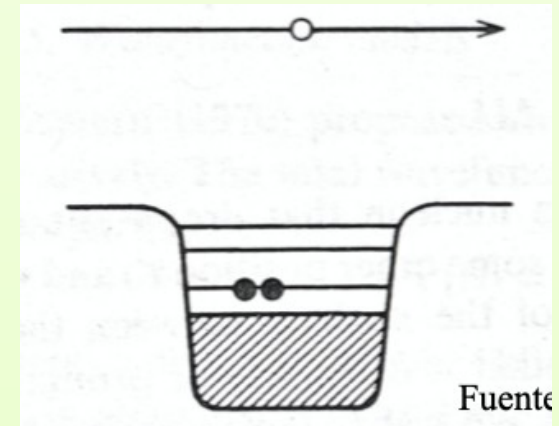
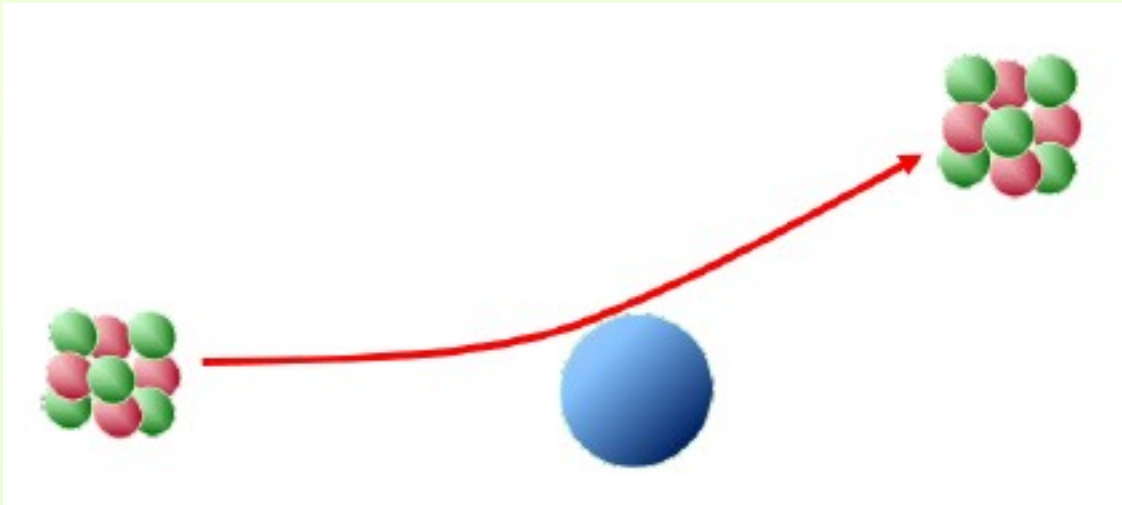
Blanco



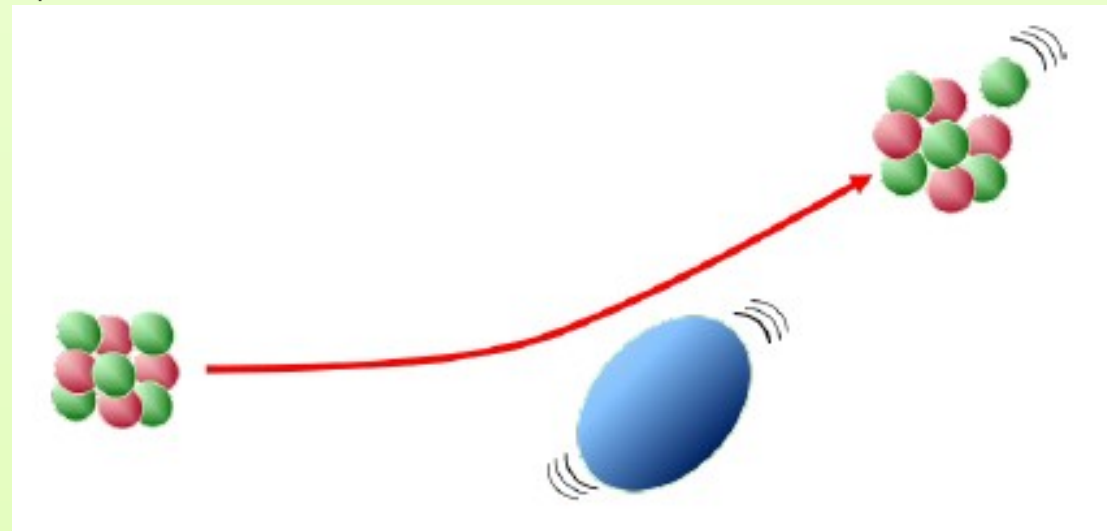
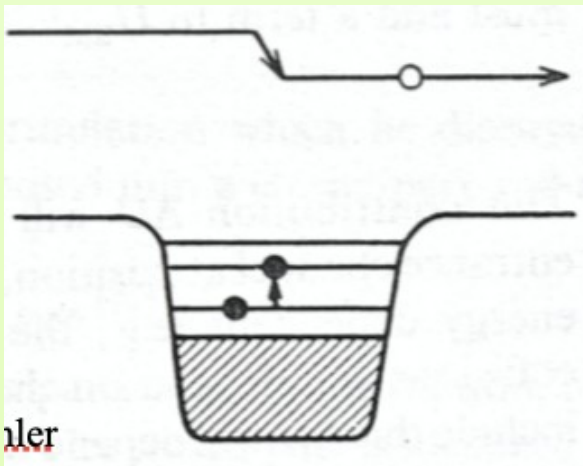
Dispersiones sin intercambio de masas



Dispersión elástica $^{40}\text{Ca}(p,p)^{40}\text{Ca}$

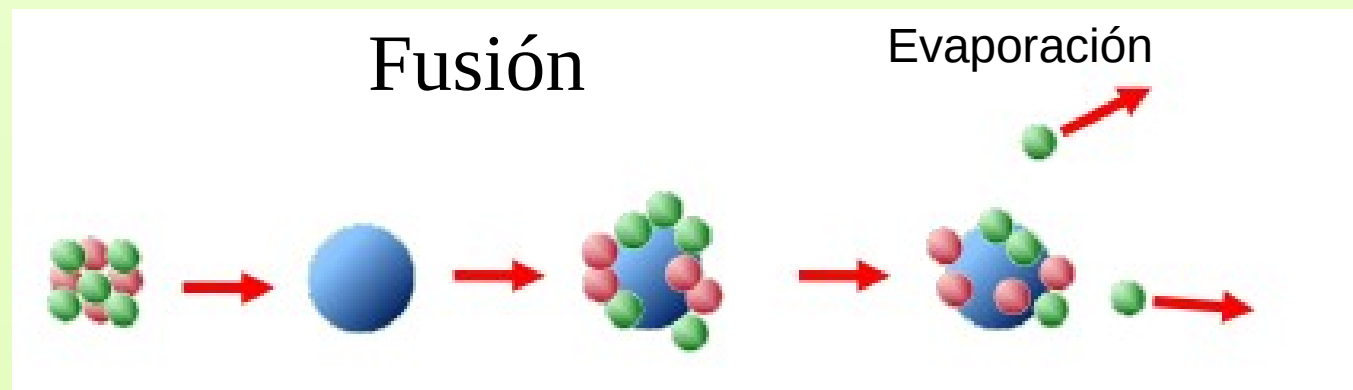
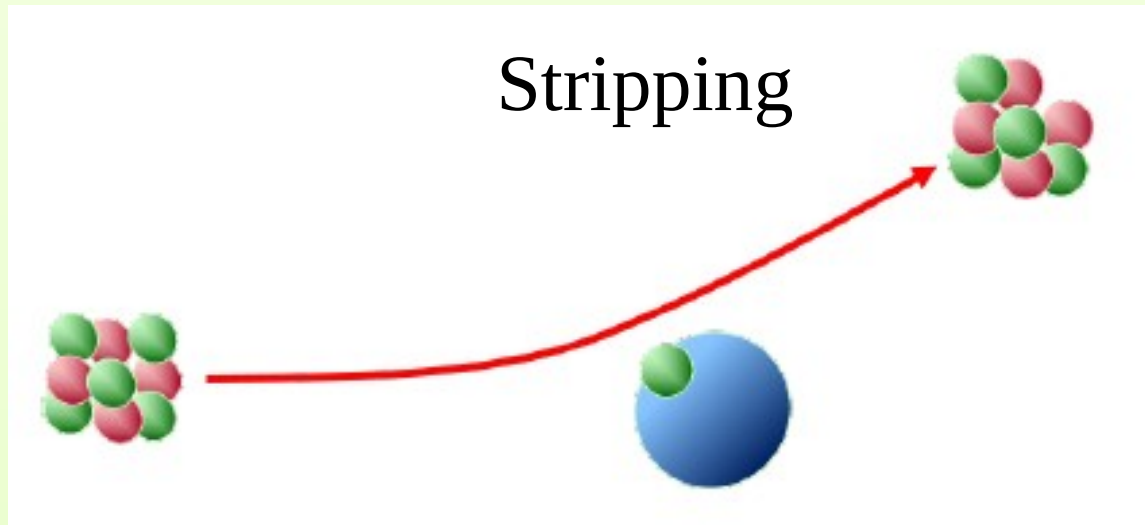
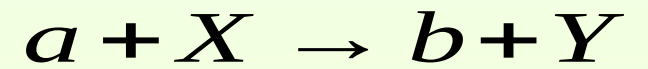


Dispersión inelástica $^{40}\text{Ca}(p,p)^{40}\text{Ca}^*$

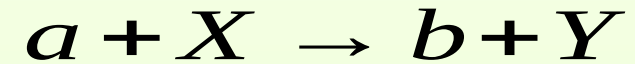


Reacciones

(Dispersión con intercambio de masas)



Ejemplos: transferencia de partícula y carga



Dispersión de stripping $d + {}^{16}\text{O} \rightarrow p + {}^{17}\text{O}$.

Dispersión de captura ${}^3\text{He} + {}^{17}\text{O} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^{16}\text{O}$.

Dispersión de intercambio de carga ${}^{40}\text{Ca}(p,n){}^{40}\text{Sc}$

Ejemplo: fusión total $a + X \rightarrow Y$

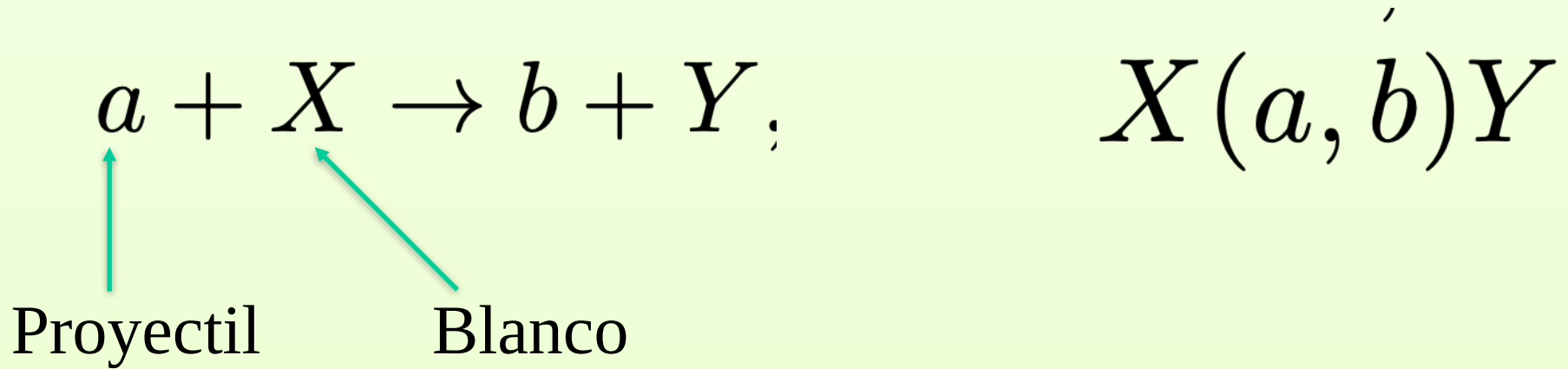
Dispersión de fusión $^{208}\text{Pb} + ^{70}\text{Zn} \rightarrow \text{Cn}$ (Compernicum).

Ejemplo: ruptura $a + X \rightarrow b + c + Y$

Dispersión de ruptura $d + ^{48}\text{Ca} \rightarrow p + n + ^{48}\text{Ca}$.

Definición de Q-value

Conservaciones en una reacción nuclear



Se conservan

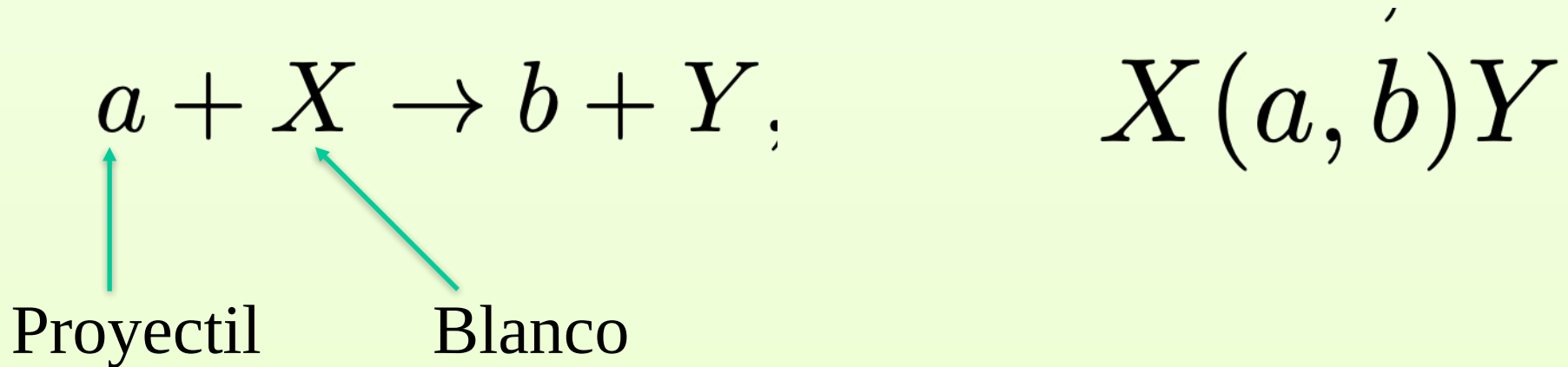
$$Z_a + Z_X = Z_b + Z_Y$$

$$A_a + A_X = A_b + A_Y$$

**Puede no conservarse
la masa en reposo**

$$m_a + m_X \neq m_b + m_Y$$

Q-value de una reacción nuclear



Se conservan

$$Z_a + Z_X = Z_b + Z_Y$$

$$A_a + A_X = A_b + A_Y$$

**Puede no conservarse
la masa en reposo**

$$m_a + m_X \neq m_b + m_Y$$

Definición de Q-value

$$Q = (m_i - m_f) c^2$$

$$Q = (m_a + m_X) c^2 - (m_b + m_Y) c^2$$

Reacciones exotérmica y endotérmica

Q value - Valor Q

$$Q = [m_{inicial} - m_{final}]c^2$$

Notar que la definición es con las masas nucleares, mientras la info experimental da las masas atómicas

$$m_a = M_{atomica} = m(A, Z) + Z m_e$$

Reacción exotérmica: $Q > 0$

Desintegración espontánea

Reacción endotérmica: $Q < 0$

Sistema ligado con energía negativa

Ejemplo: reacciones exotérmicas en decaimiento beta

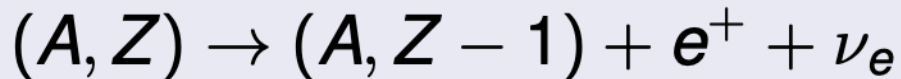
Q value - Valor Q

$$Q = [m_{inicial} - m_{final}]c^2$$

Reacción exotérmica: $Q > 0$

La desintegración es posible

Decaimiento beta+



$$m_i = m(A, Z) = m_a(A, Z) - Z m_e$$

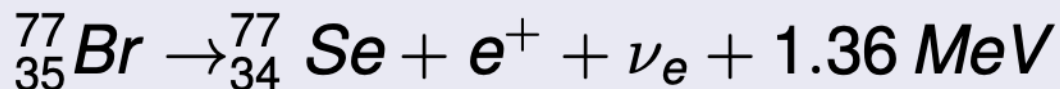
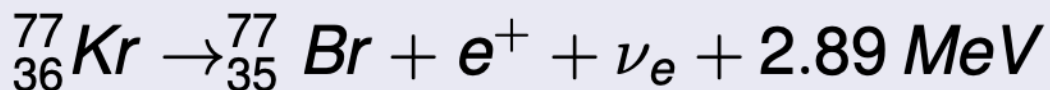
$$m_a = M_{atomica} = m(A, Z) + Z m_e$$

$$m_f = m(A, Z - 1) + m_e$$

$$m_f = [m_a(A, Z - 1) - (Z - 1)m_e] + m_e$$

Decaimiento espontáneo

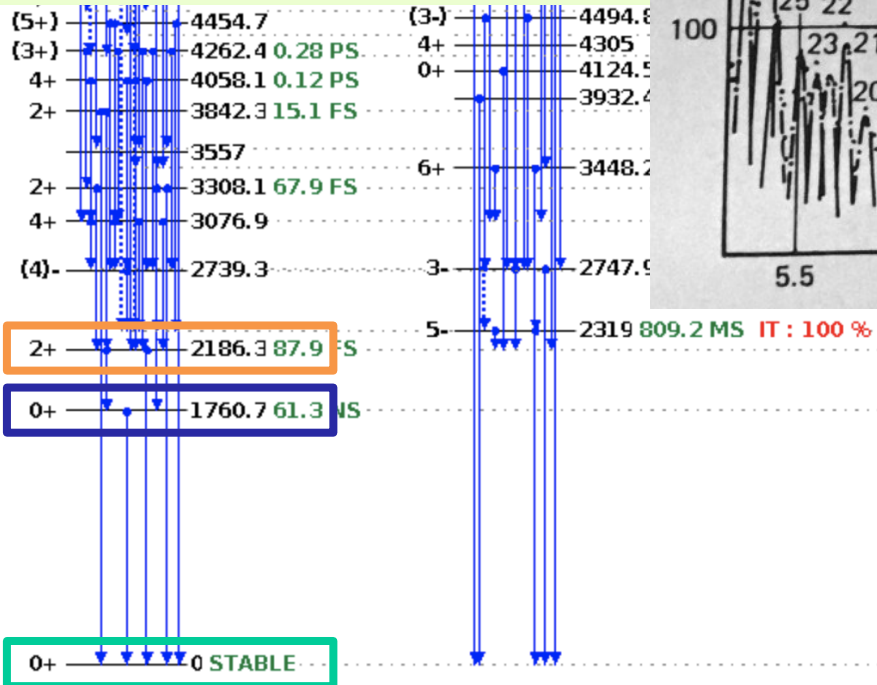
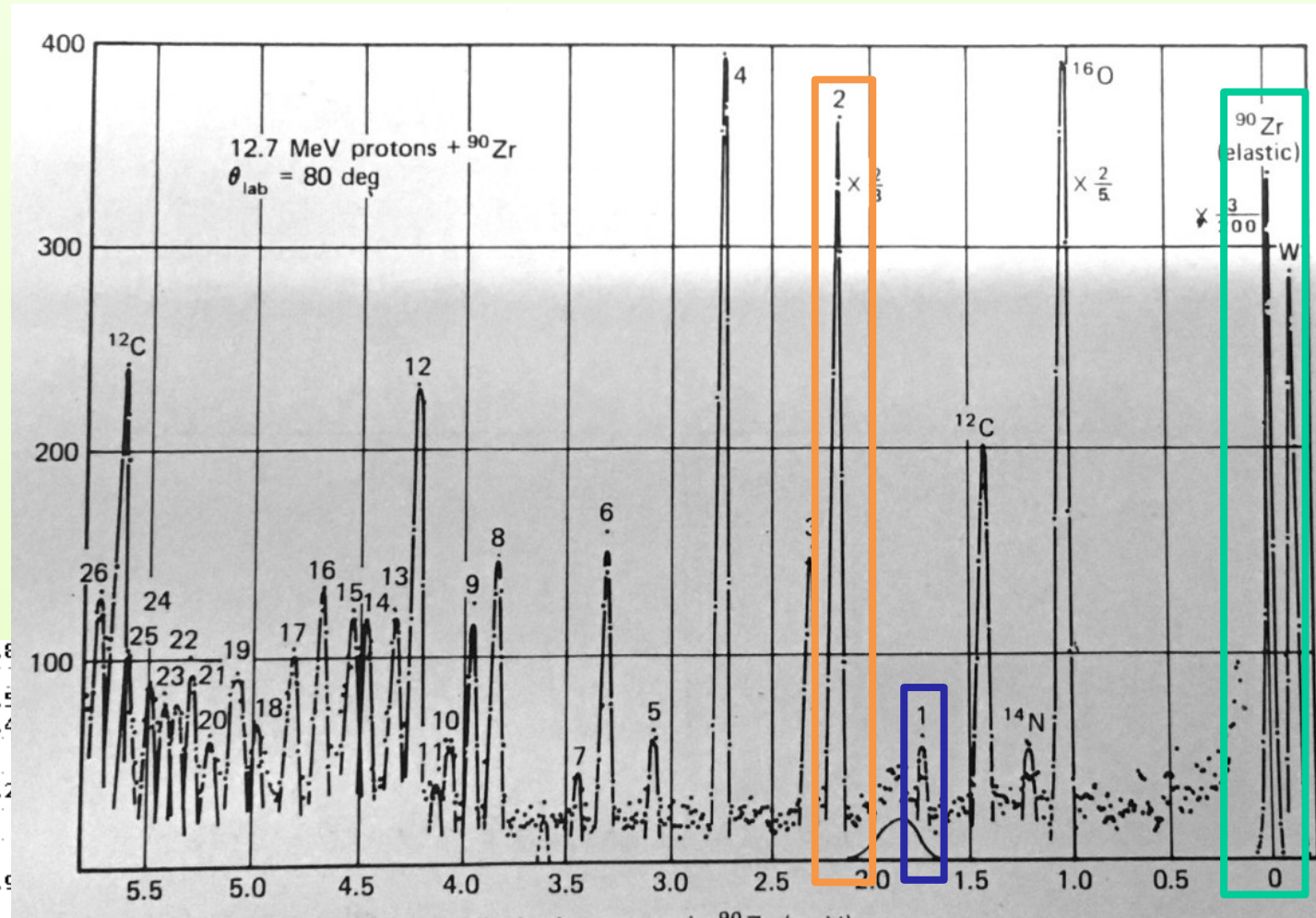
$$m_a(A, Z) > m_a(A, Z - 1) + 2m_e$$



(despreciamos la energía de ligadura de los electrones)

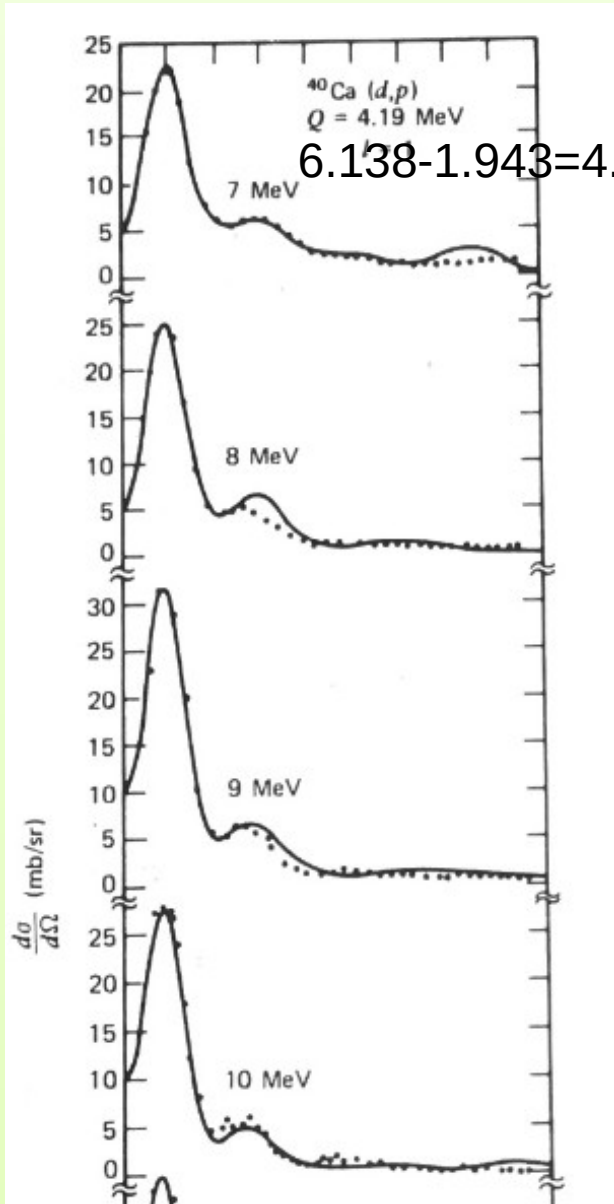
Sobre los niveles de energía y las mediciones experimentales

Determinación del espectro

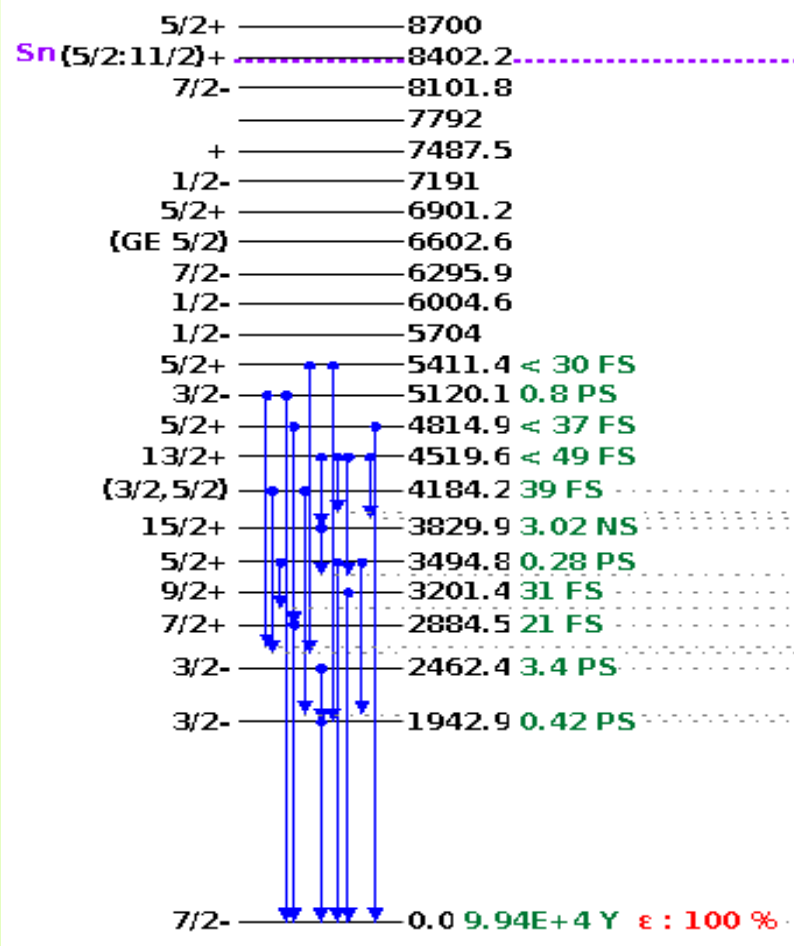


Ejemplo de sección eficaz: estados ligados

Sección eficaz que puebla los estados excitados del



E(level) (keV)	XREF	J ^π (level)
0.0	ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZabcdefghijklmnop	7/2-
1942.88 17	CD FGHI M OPQRSTUVWXYZa efghi	3/2-
2000 73 21	BCD EFGHIJ MNOPQRST UVWXYZ h	3/2+

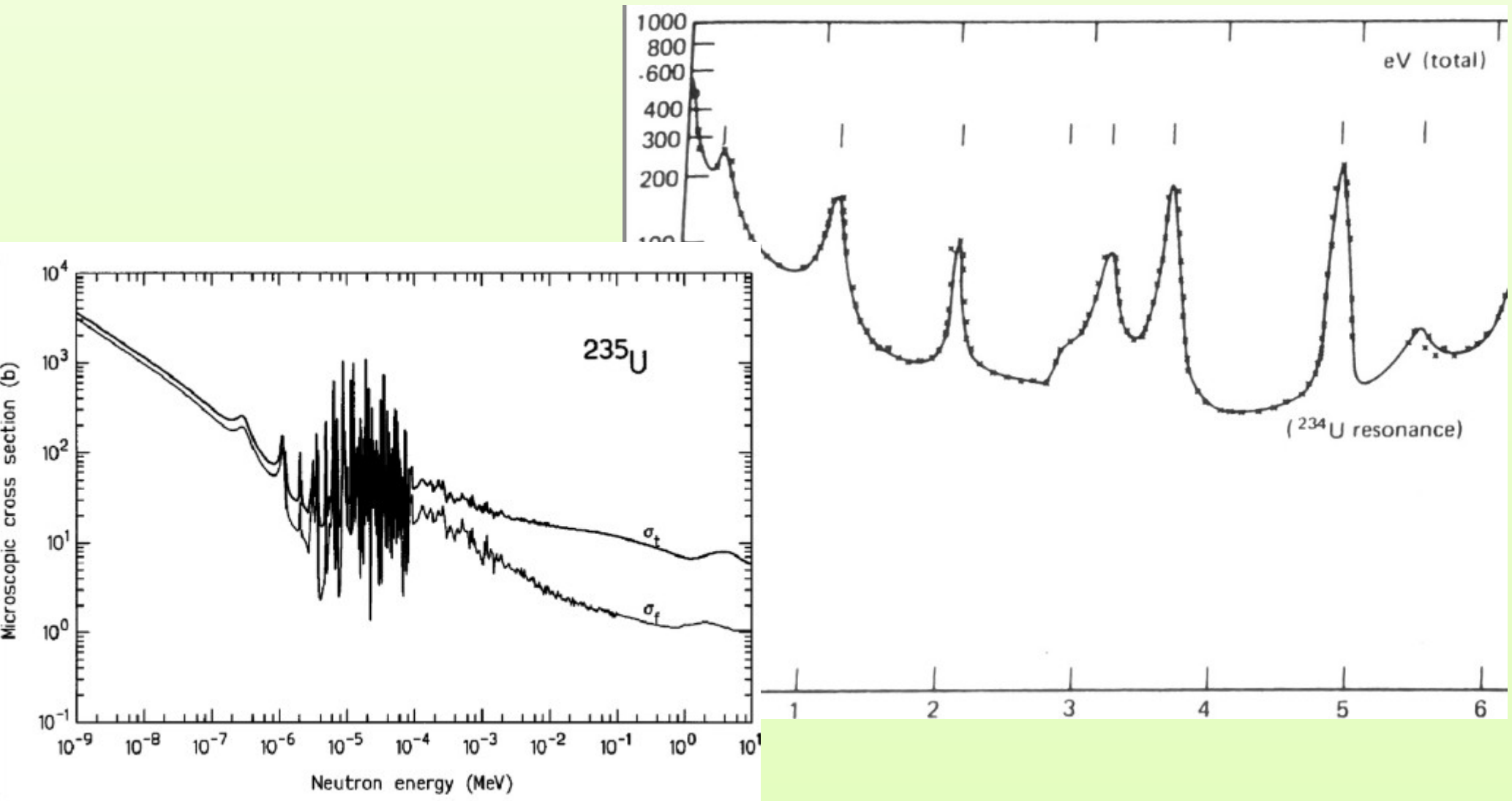


$^{40}\text{Ca} + d$

Reaction Products	Q-Value (keV)
$^{41}\text{Ca} + p$	6138.26 14

Ejemplo de sección eficaz: estados del continuo

Resonancias en isótopos del uranio



Distribución de masa y carga

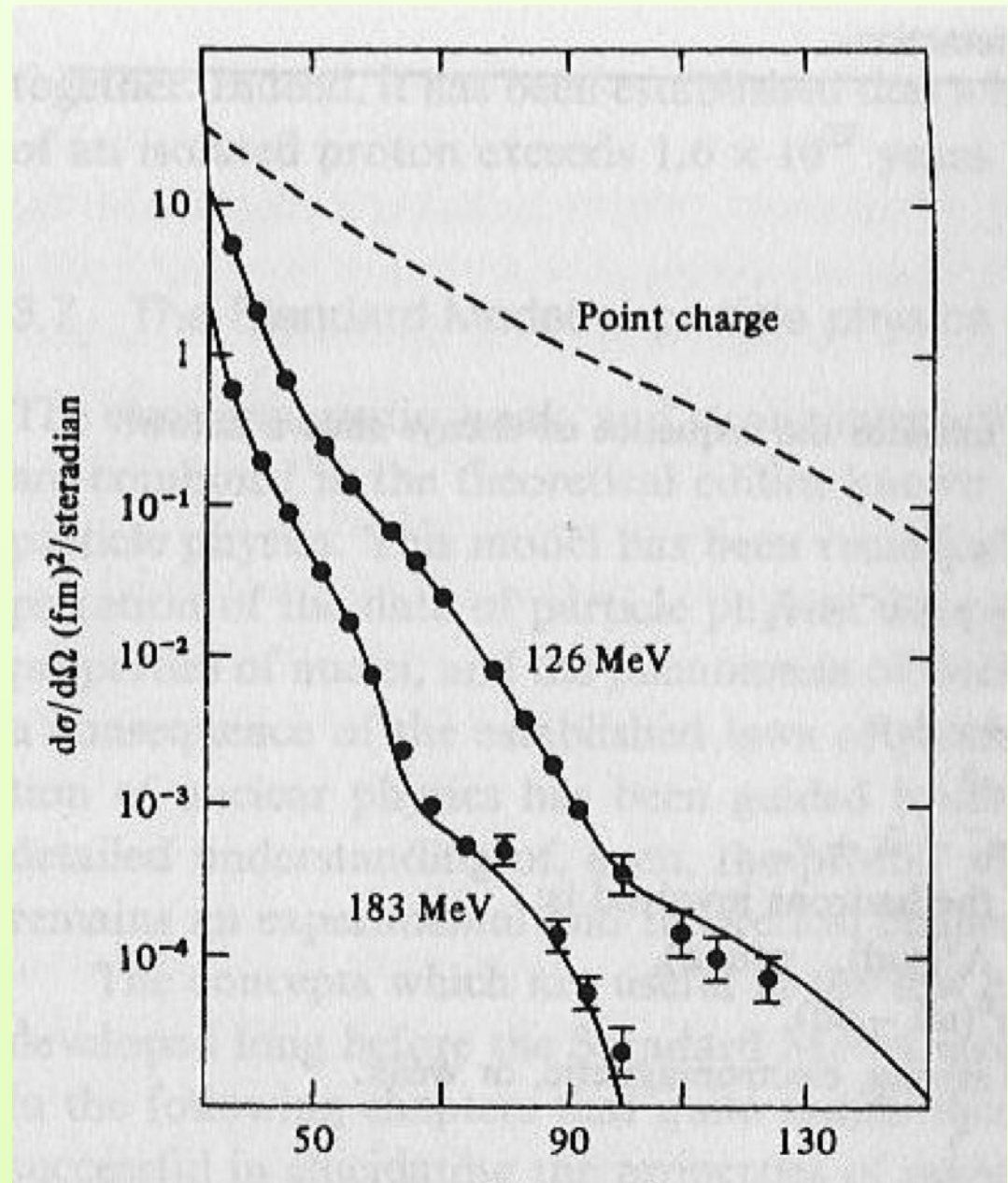
Distribución de carga

Sección eficaz

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{exp} = \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{Mott} |F(\mathbf{q}^2)|^2$$

Dispersión con electrones

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{Coul} \left[1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

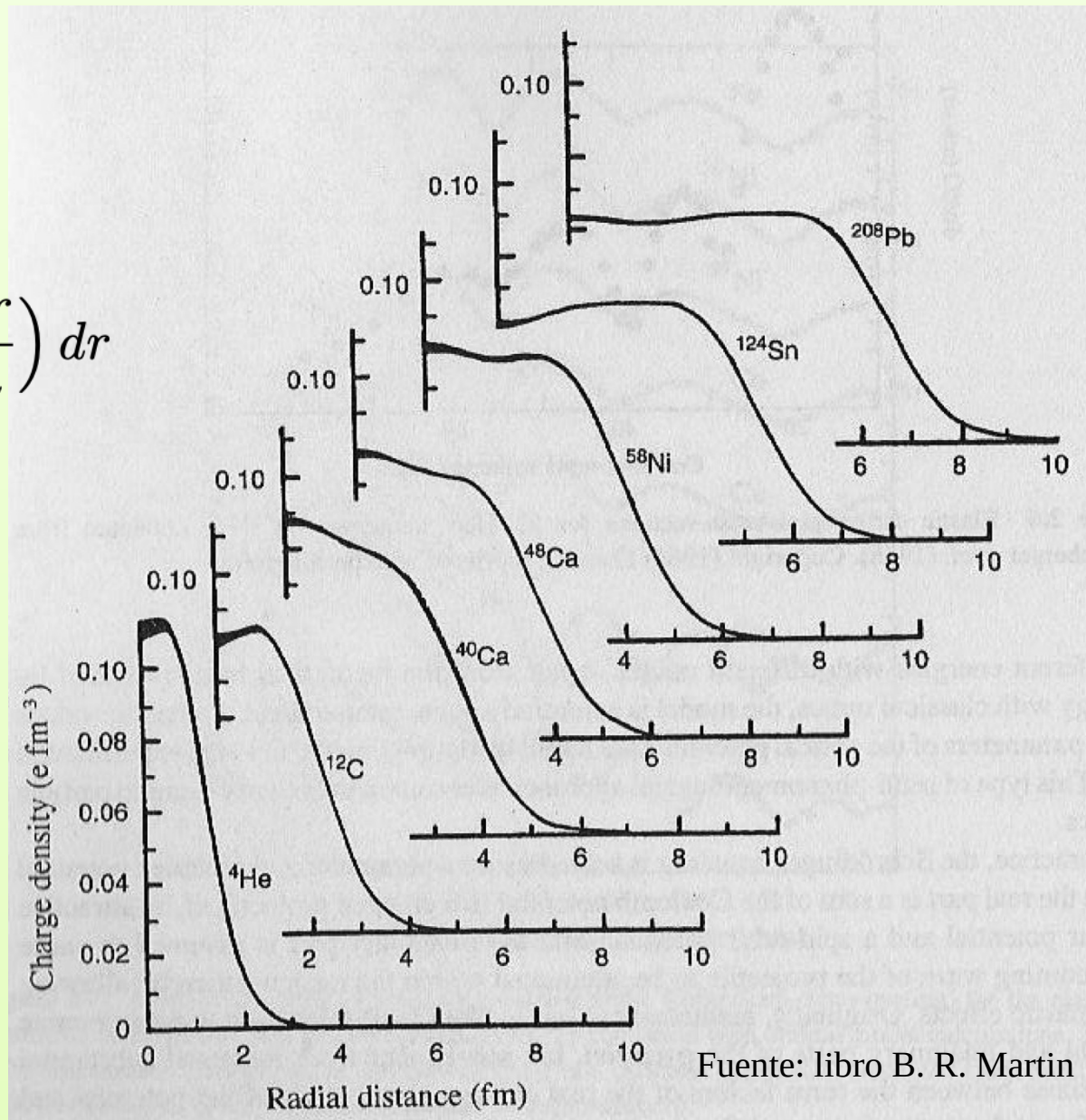
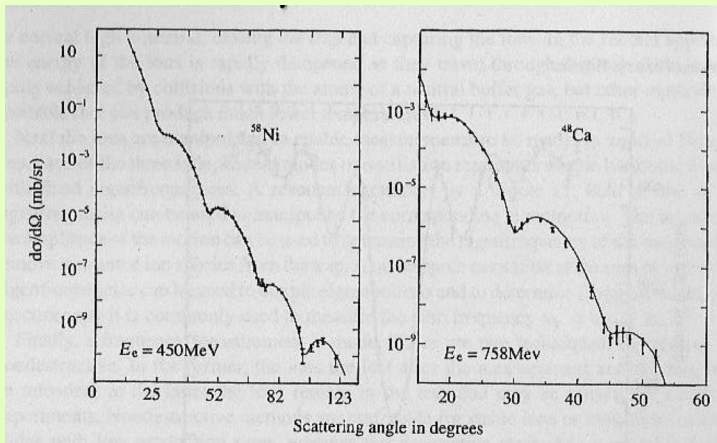


Distribución de carga

Factor de forma

$$F(\mathbf{q}^2) = \frac{4\pi\hbar}{Ze q} \int r \rho(r) \sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right) dr$$

Densidad de carga



Fuente: libro B. R. Martin

Distribución de carga

Parametrización

$$\rho_{ch}(r) = \frac{\rho_{ch}^0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}};$$

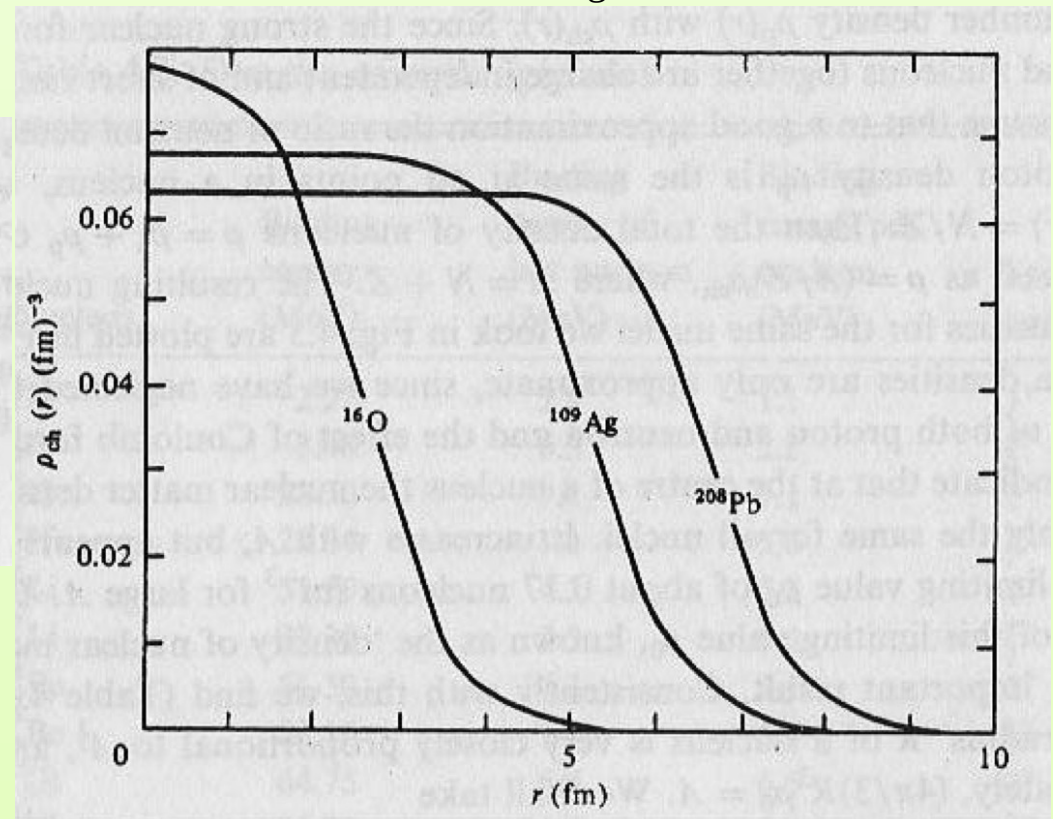
$$4\pi \int \rho_{ch}(r) r^2 dr = Z$$

Fuente: libro W. N. Cottingham and D. A. Greenwood

Table 4.1. Nuclear radii (R) and nuclear surface widths (a)

Nucleus	R (fm)	a (fm)	$R/A^{1/3}$ (fm)
$^{16}_8\text{O}$	2.61	0.513	1.04
$^{109}_{47}\text{Ag}$	5.33	0.523	1.12
$^{208}_{82}\text{Pb}$	6.65	0.526	1.12

r_0



Distribución de nucleones

Densidad de número de protones

$$\rho_p(r) = \rho_{ch}(r).$$

Densidad de número de neutrones

$$\frac{\rho_n(r)}{\rho_p(r)} = \frac{N}{Z}$$

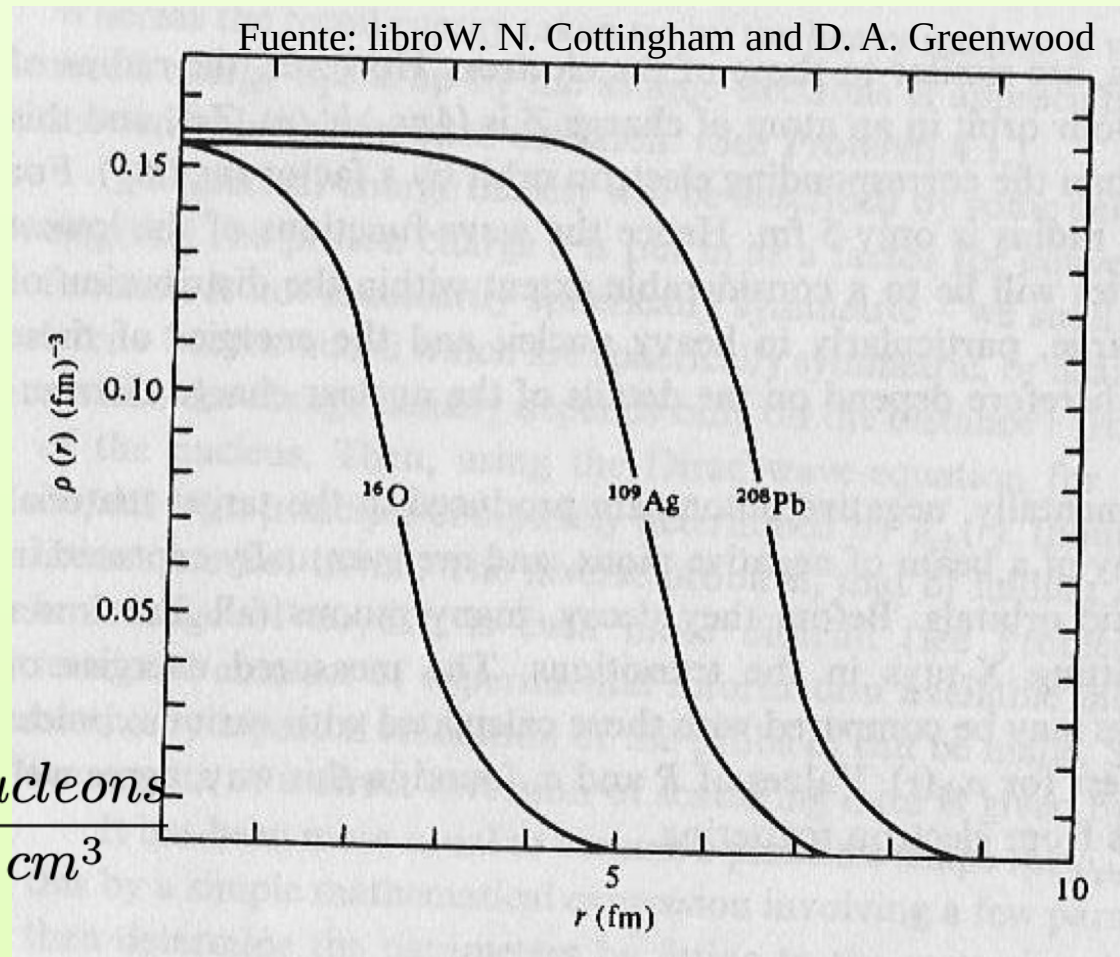
Densidad de número de neutrones

$$\rho = \frac{N}{Z} \rho_p + \rho_p$$

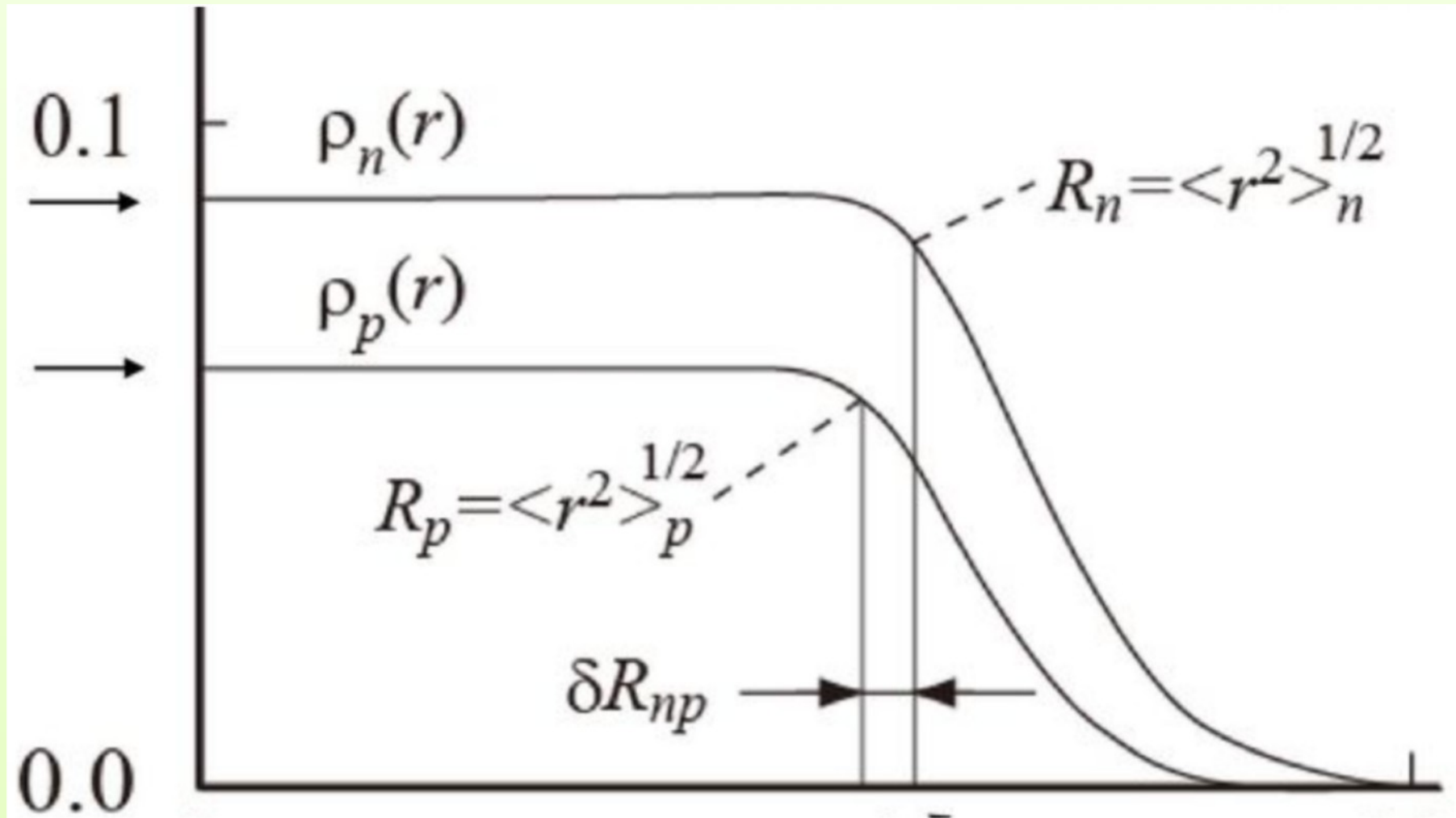
$$\rho = \frac{A}{Z} \rho_{ch}$$

$$\rho_0 \cong 0.17 \frac{\text{nucleons}}{\text{fm}^3} = 1.7 \times 10^{38} \frac{\text{nucleons}}{\text{cm}^3}$$

Fuente: libro W. N. Cottingham and D. A. Greenwood



Piel de neutrones

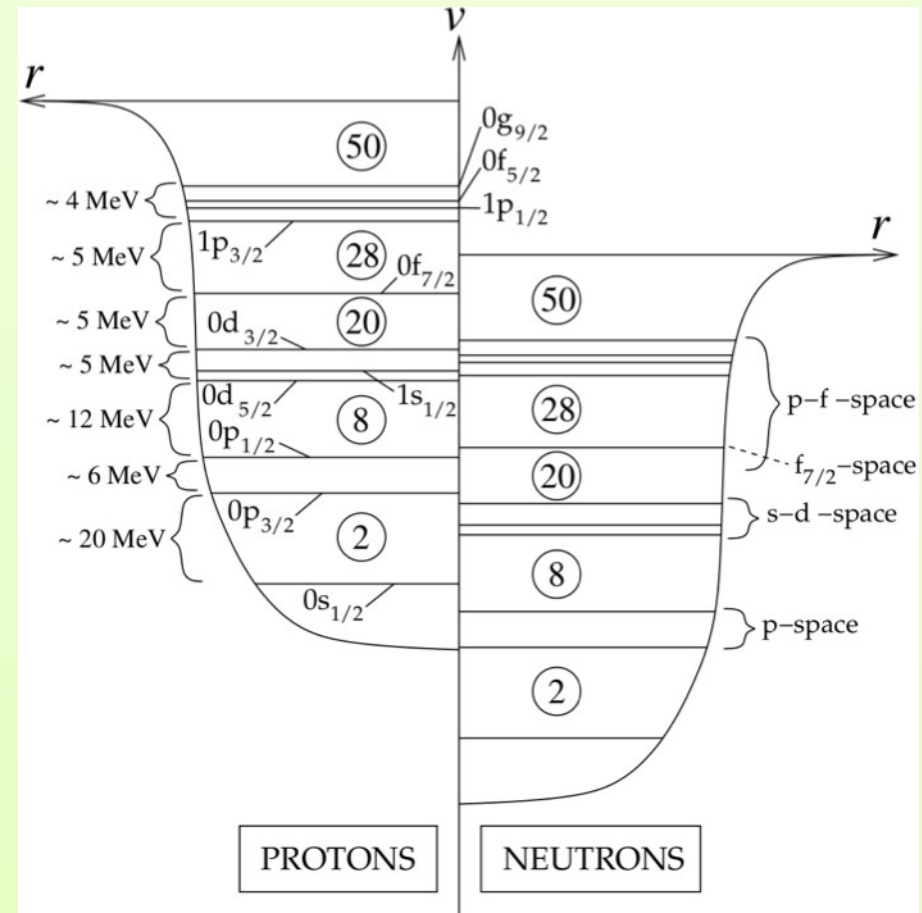
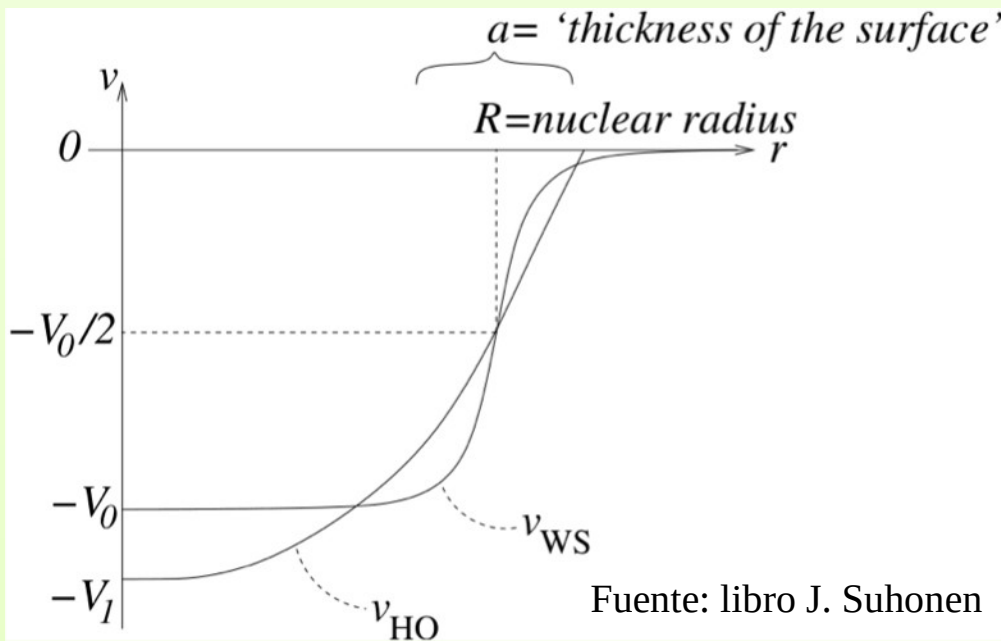


Crédito: Atsushi Tamiil. Osaka U. (2013)

Campos medio usuales

Woods-Saxon

$$V(r) \sim \rho(r) \rightarrow V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$



Oscilador armónico

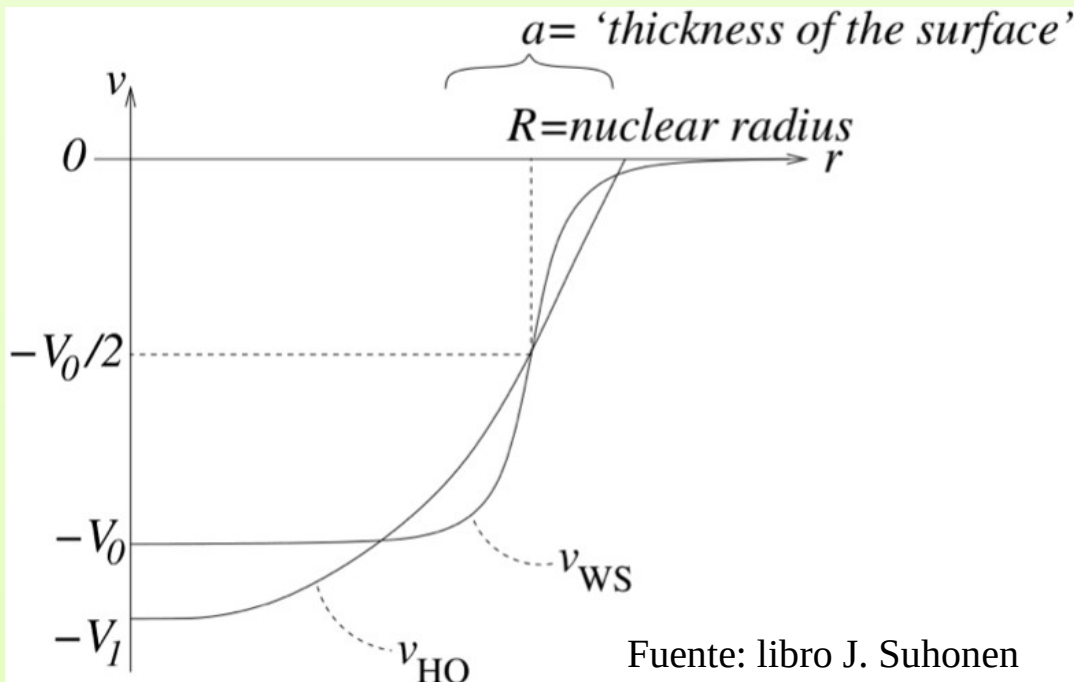
$$V(r) = \frac{m}{2} \omega^2 r^2$$

Interacción de un nucleón con un núcleo

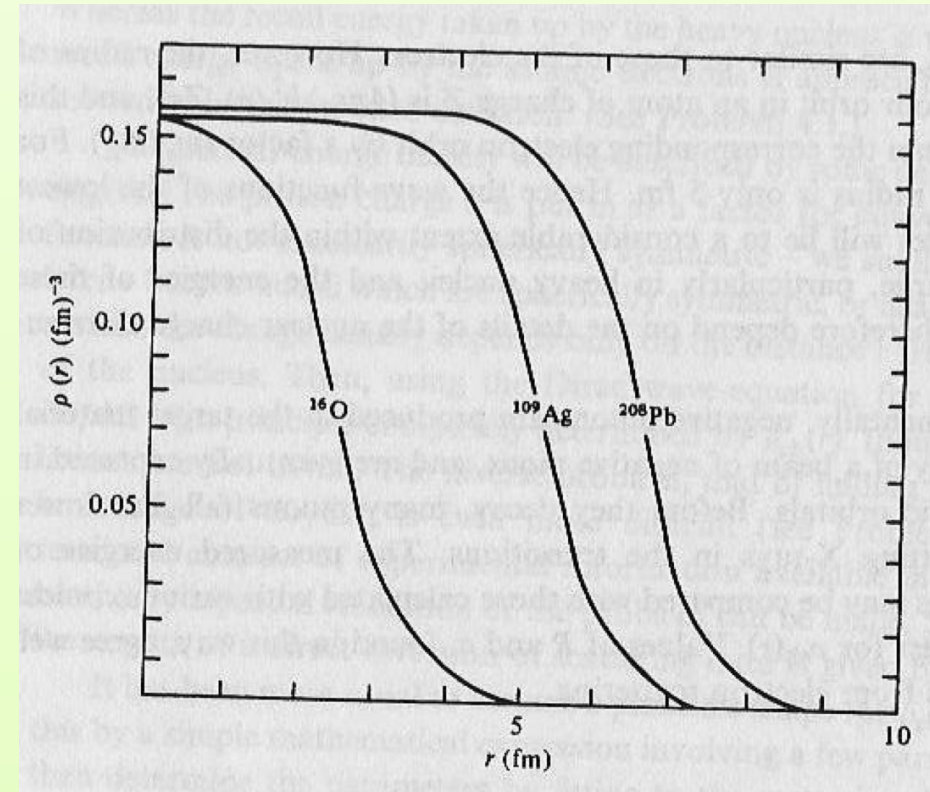
Woods-Saxon

$$V(r) \sim \rho(r) \rightarrow V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

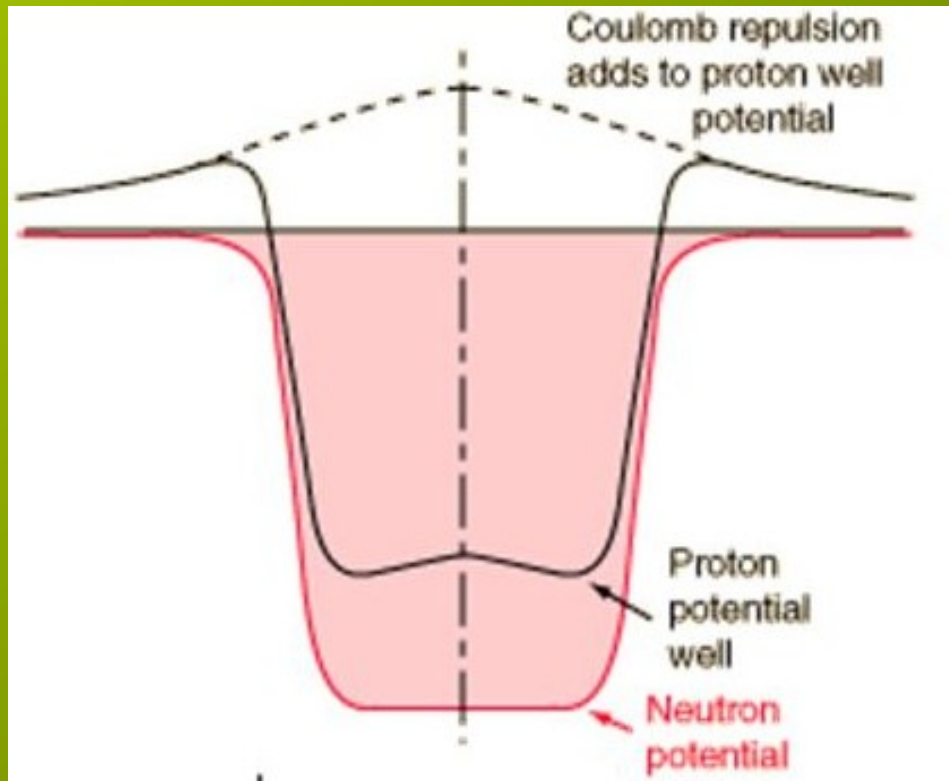
$$R = r_0 A^{1/3}$$



Densidad de materia



Potencial de Coulomb



Distribución uniforme

$$V_{coul} = Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{2 R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right) \quad r < R_c$$

$$V_{coul} = Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{r} \quad r > R_c$$

Distribución gaussiana

$$V_C(r) = Z e^2 \frac{\text{Erf}(r/\alpha)}{r}$$

Curiosidades: Sobre la analiticidad de los potenciales

Sobre la aplicación del
complex scaling a los
dos potenciales

$$r \rightarrow r e^{i\theta}$$

$$h(r) \rightarrow h(r e^{i\theta})$$

V_{coul} es discontinua para $\theta \neq 0$

$$V_{coul} = Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{2 R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right) \quad \text{Densidad uniforme}$$

$$V_{coul} = Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{r}$$

V_C es continua para $\theta \neq 0$

$$V_C(r) = Z e^2 \frac{\text{Erf}(r/\alpha)}{r} \quad \text{Densidad gaussian}$$

Sobre la analiticidad
de Woods-Saxon

$$\theta < \tan^{-1} \left(\frac{\pi}{R/a} \right)$$

Veamos...

$$V_{ws} = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$1 + e^{\frac{r-R}{a}} = 0$$

$$\frac{r-R}{a} = \ln(-1) = \ln|-1| + i(\arg(-1) + n\pi) = i(\pi + n\pi)$$

$$\text{singularidad } (n=0) \text{ en } r = R + i\pi a \rightarrow \tan(\theta) < \frac{\pi a}{R}$$

Sugerencia:

Graficar V con r
complejos y visualizar
las singularidades

Relación entre el radio R y el radio cuadrático medio

Densidad constante

$$\psi(r) = \begin{cases} \left(\frac{3}{4\pi R^3}\right)^{1/2} & 0 < r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

$$\int_0^R cte^2 d\bar{r} = 4\pi cte^2 \int_0^R r^2 dr \\ = 4\pi cte^2 R^3/3 = 1$$

Root-mean-square radius

$$r_{rms}^2 = \langle r^2 \rangle = \int \psi^*(r)r^2\psi(r)d\bar{r} \\ = 4\pi \int_0^R \psi^*(r)r^2\psi(r)r^2dr = 4\pi \frac{3}{4\pi R^3} \frac{R^5}{5}$$

$$r_{rms} = \sqrt{\frac{3}{5}} R$$

Otras relaciones entre el radio R y el radio cuadrático medio

Densidad de Fermi Con:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$\rho_0 = \frac{3A}{4\pi R^3} \left[1 + \left(\frac{\pi a}{R} \right)^2 + 6 \left(\frac{a}{R} \right)^3 e^{-R/r} + \dots \right]$$

$$r_{rms}^2 = \langle r^2 \rangle = \int \psi^*(r) r^2 \psi(r) d\bar{r}$$
$$\rho(r) = \psi^*(r) \psi(r)$$

$$r_{rms} \approx \left[\frac{3}{5} \left(R^2 + \frac{7}{3} \pi^2 a^2 \right) \right]^{1/2}$$

Densidad de Gaussiana

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2}$$

Con:

$$\rho_0 = \frac{A}{\pi^{3/2} R^3}$$

$$\frac{7}{3} \pi^2 a^2 \approx 9.72 \sim 10$$

$$a = 0.65 \text{ fm}$$

$$r_{rms} = \sqrt{\frac{3}{2}} R$$

Densidad cte

$$r_{rms} = \sqrt{\frac{3}{5}} R$$

Fin