# Práctica: Sistemas de ecuaciones lineales

**Credit:** This notes are 100% from chapter 2 of the book entitled *Linear Algebra. A Modern Introduction* by David Poole. Thomson. Australia. 2006.

**Comentarios:**

- Los ejercicios son dados con el número de ejemplo o ejercicio y la página de la versión del libro citado arriba.
- Las soluciones de los ejercicios impares (en el conteo del libro) aparecen en el libro a partir de la página 571.
- La estructura de la práctica fue construída de modo que se presenta un ejercicio que aplica un determinado concepto, cuya solución está desarrollada en el libro. Luego, le sigue uno o varios ejercicios que se resuelven utilizando las mismas herramientas/conceptos.
- Para más ejercicios, se adjunta una práctica complementaria.

**1)** Resolver el sistema
(Ejemplo 2.6, pág. 62, sol.: x=3, y=-1, z=2:)

$$\begin{aligned} x - y - z &= 2 \\ 3x - 3y + 2z &= 16 \\ 2x - y + z &= 9 \end{aligned}$$

**2)** Encontrar el sistema de ecuaciones lineales que tiene por matriz aumentada
(Ejercicio 31, pág. 64:)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right] \tag{1}$$

**3)** Resolver los siguiente sistemas de ecuaciones
(ejercicio 27, pág. 64, sol. x=1,y=1:)

$$\begin{aligned} x - y &= 0 \\ 2x + y &= 3 \end{aligned}$$

(ejercicio 29, pág. 64, sol. x=4,y=-1:)

$$\begin{aligned} x + 5y &= -1 \\ -x + y &= -5 \\ 2x + 4y &= 4 \end{aligned}$$

(ejercicio 31, pág. 64, no tiene sol.:)

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 1 \\ x - y &= 1 \\ 2x - y + z &= 1 \end{aligned}$$

(ejercicio 32, pág. 64:)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 3x_4 + x_5 &= 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 &= 4 \\ x_2 + 2x_4 + 3x_5 &= 0 \end{aligned}$$

**4)** Hacer un cambio de variables en el siguiente sistema y resolver.
(ejercicio 43, pág. 65, sol. x=$\pi/4$, y=$-\pi/6$, z=$\pi/3$:)

$$\begin{aligned} \tan x - 2\sin y &= 2 \\ \tan x - \sin y + \cos z &= 2 \\ \sin y - \cos z &= -1 \end{aligned}$$

**5)** Mediante reducción por filas obtenga la matriz escalón y la matriz escalón reducida.
(Ejercicio 9, pág. 83:)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

(Ejercicio 11, pág. 83:)

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \tag{3}$$

(Ejercicio 14, pág. 83:)

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 7 \\ -3 & -6 & 10 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \tag{4}$$

**6)** Mostrar que los siguientes pares de matrices son equivalentes
(Ejercicio 17, pág. 83:)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

(Ejercicio 18, pág. 83:)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

**7)** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones
(Ejercicio 25, pág. 84, sol. x=2, y=3, z=1:)

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 9 \\ 2x - y + z &= 0 \\ 4x - y + z &= 4 \end{aligned}$$

(Ejercicio 28, pág. 84:)

$$\begin{aligned} 2w + 3x - y + 4z &= 0 \\ 3w - x + z &= 1 \\ 3w - 4x + y - z &= 2 \end{aligned}$$

(Ejercicio 29, pág. 84, sol. x=2, y=-1:)

$$\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 4x + y &= 7 \\ 2x + 5y &= -1 \end{aligned}$$

(Ejercicio 34, pág. 84:)

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 4 \\ a + 2b + 3c + 4d &= 10 \\ a + 3b + 6c + 10d &= 20 \\ a + 4b + 10c + 20d &= 35 \end{aligned}$$

**8)** Determine para que valores de $k$ los siguientes sistemas tendrán: (a) no solución, (b) solución única y (c) infinitas soluciones. (Ejercicio 41, pág. 84, sol. a) $k=-1$, b) $k \neq \pm 1$, c) $k=1$:)

$$\begin{aligned} x+ky &= 1 \\ kx+y &= 1 \end{aligned}$$

(Ejercicio 42, pág. 84:)

$$\begin{aligned} x-2y+3z &= 2 \\ x+y+z &= k \\ 2x-y+4z &= k^2 \end{aligned}$$

**9)** (Ejemplo 2.18.a, pág. 90) Verifique si el vector

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \tag{7}$$

es combinación lineal de los vectores

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \tag{8}$$

(Ejemplo 2.18.b, pág. 90) Verifique si el vector

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \tag{9}$$

es combinación lineal de los vectores

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \tag{10}$$

**10)** Verifique si el vector $\boldsymbol{v}$ es combinación lineal de los vectores $\boldsymbol{u}_1$ y $\boldsymbol{u}_2$.
(Ejercicio 1, pág. 99, sol. sí)

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

(Ejercicio 3, pág. 99, sol. no)

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

(Ejercicio 4, pág. 99)

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

**11)** Verifique si el vector $\boldsymbol{b}$ pertenece al expandido de las columnas de la matriz $\boldsymbol{A}$.
(Ejercicio 7, pág. 100, sol. sí)

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \tag{14}$$

(Ejercicio 8, pág. 100, sol. sí)

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \tag{15}$$

**12)** Mostrar que los siguiente vectores expanden $\mathbb{R}^2$.
(Ejercicio 9, pág. 100)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

(Ejercicio 10, pág. 100)

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

(Ejercicio 11, pág. 100)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

**13)** Ejercicio 21, pág. 100.

**14)** Revea el Ejemplo 2.23, pág. 96 para determinar si un conjunto de vectores son linealmente independientes formando una combinación lineal con ellos y resolviendo el sistema.

**15)** Utilizando el método del ejercicio (14) determinar si los siguientes vectores son linealmente independientes.
(Ejercicio 22; pág. 100)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \tag{19}$$

(Ejercicio 24; pág. 100)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

(Ejercicio 31; pág. 100)

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \tag{21}$$

**16)** Revea el Ejemplo 2.25, pág. 98 para determinar si un conjunto de vectores son linealmente independientes formando una matriz considerando a los vectores como vectores filas.

**17)** Utilizando el método del ejercicio (16) determinar si los vectores del ejercicio 15 son linealmente independientes.