Introducción a la Ciencia **F-114**

Guía de Ejercicios y Preguntas N° 1:
Magnitudes vectoriales

Roberto D. Rivarola, H. Fabio Busnengo, Alejandro Mezio

Ejercicios y problemas

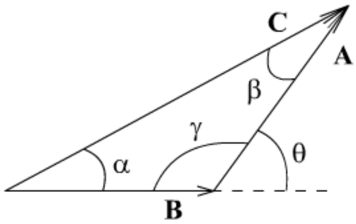
1. Dos vectores de 6 y 9 unidades de longitud forman un ángulo entre sí de (a) 0°, (b) 60°, (c) 90°, (d) 150° y (e) 180°. Encontrar la magnitud de su resultante y su dirección respecto al vector más pequeño. Resolver gráfica y analíticamente.

2. Encontrar el ángulo entre dos vectores de 10 y 15 unidades de longitud cuando su resultante tiene (a) 20 unidades de longitud y (b) 12 unidades de longitud.

3. El vector suma de dos vectores **a** y **b**, tiene 30 unidades de longitud y forma ángulos de 25° y 50° con **a** y **b** respectivamente. Hallar los módulos de **a** y **b**.

4. Encontrar las componentes rectangulares de un vector de 15 unidades de longitud cuando éste forma un ángulo con respecto al eje positivo de las X, de (a) 50°, (b) 130°, (c) 230° y (d) 310°.

5. Demostrar los teoremas del seno y del coseno utilizando el álgebra de vectores:
i) $A/\mathrm{sen}\alpha = B/\mathrm{sen}\beta = C/\mathrm{sen}\gamma$
ii) $C^2 = A^2 + B^2 - 2.A.B.\cos\gamma$



6. Un vector **A** en el plano xy se encuentra a 225º del eje positivo de las x, medidos en contra del sentido de giro de las agujas del reloj, y su magnitud es de 8 unidades. Un segundo vector **B** de 3 unidades de magnitud, esta dirigido paralelo al eje z. Calcular: a) El producto escalar **A**.**B** y b) el producto vectorial **A**x**B**.

7. Dados los vectores, **A** = 3**i** + 4**j** – 5**k** y **B** = –**i** + 2**j** + 6**k**. Calcular: (a) las longitudes de los vectores, (b) su producto escalar y vectorial y (c) su suma. (d) ¿Son paralelos? (e) ¿Qué ángulo forman entre sí? (f) Dar una expresión de un vector unitario en la dirección perpendicular a los vectores **A** y **B**.

8. Determinar si existe algún valor del parámetro "a" tal que los vectores, **A**=**i**–2**j**+3**k**, **B**=2**i**+a**j**–2**k** y **C**=**i**+3**j**–5**k** formen un triángulo.

9. Descomponer el vector **V**=**i**+2**j**–3**k** según la dirección de los vectores: **A**=**k**, **B**=**i**+**j**+**k** y **C**=**i**+**k**.

10. Sean los vectores **A**=3**i**+5**j** y **B**=6**i**+12**j**. Encuentre: (a) el vector igual a 9 veces el vector **B**. (b) **A**+**B** (c) **A**.**B**, (d) la magnitud de **A**, (e) **A**x**B** y (f) un vector unitario en la dirección de **B**.

11. Dos vectores **a** y **b** tienen el mismo módulo. Su suma es un vector **c** de módulo 8, y su producto escalar es -32. (a) Calcular el módulo de dichos vectores. (b) Si **a** y **b** están contenidos en el plano XY y **a** tiene la dirección y sentido de $\mathbf{u}_x$, expresar los vectores **b** y **c** en función de sus componentes cartesianas.

12. (a) Demostrar que si |**u**+**v**|=|**u**-**v**|, entonces **u** y **v** son perpendiculares. (b) Demostrar que si los vectores **u**+**v** y **u**-**v** son perpendiculares, se cumple que |**u**|=|**v**|.

13. Dados los vectores libres **A**=2**i**+5**j**+2**k**, **B**=3**i**–**j** y **C**=2**i**–3**k**, determinar:
(a) El área del triángulo definido por **A** y **B**x**C**.
(b) El vector **N**, perpendicular al plano del triángulo anterior, de módulo 4 y sentido el correspondiente al giro que pase de **A** a **B**x**C** siguiendo el menor ángulo.

14. Un avión ha recorrido 500 Km en una línea recta en dirección N 35 º E. ¿Qué distancia ha recorrido el avión, tanto hacia el norte, como hacia el este?

15. Un coche viaja 30 Km hacia el este en una carretera hasta llegar a una cruce, en el que de desvía hacia el norte y recorre 90 Km antes de detenerse. Encontrar el desplazamiento resultante del coche.

16. Considere dos desplazamientos, uno de 5 m de magnitud y otro de 3 m. Determinar como pueden combinarse estos movimientos para obtener un desplazamiento resultante cuya magnitud sea (a) de 7 m, (b) de 1 m y (c) de 5 m.

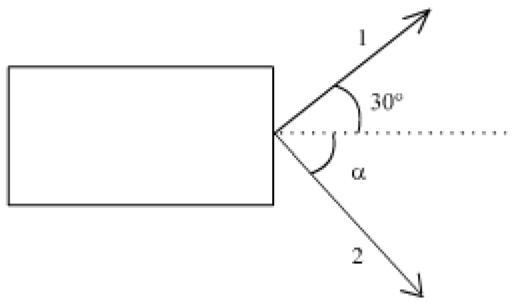
17. Un automóvil recorre una distancia de 20 Km hacia el este, después 35 Km hacia el norte y finalmente 25 Km en la dirección N 30° E. Dibujar el diagrama vectorial y determinar el desplazamiento total del automóvil a partir de su punto de partida.

18. Un niño tira de una cuerda sujeta a un trineo con una fuerza de 60 N. La cuerda traza un ángulo de 40° con la horizontal, calcular a) el valor de la fuerza que tiende a mover al trineo a lo largo del suelo y b) la fuerza que tiende a levantar verticalmente al trineo.

19. Una fuerza de 100 N forma un ángulo θ con un eje horizontal y su componente vertical es de 30 N. Calcular el ángulo θ.

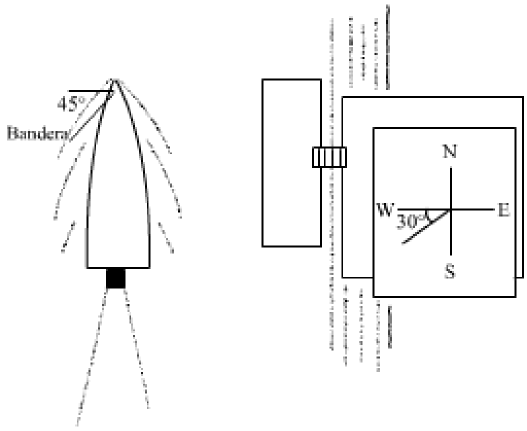
20. Hállense las componentes horizontal y vertical de una fuerza de 400 N que forma un ángulo de 125° con el eje horizontal.

21. Dos remolcadores arrastran una barcaza. Si la resultante de la fuerza ejercida por los remolcadores es de 25 KN dirigida según el eje de la barcaza, determinar a) la fuerza realizada sobre la barcaza por cada uno de los cabos sabiendo que α es igual a 45° y b) el valor del ángulo α para el que es mínima la tensión en el cabo 2.



22. Un bote a motor se dirige hacia el N a 25 Km/h en un lugar donde la corriente es de 8 Km/h en la dirección S 70° E. Encontrar la velocidad resultante del bote respecto a la orilla.
Nota: Al indicarse la velocidad de un bote nos referimos a la velocidad respecto al agua (tal como en general indica el instrumental a bordo) salvo cuando se especifica lo contrario.

23. Las banderas de los mástiles de un bote y una casa en la orilla del río flamean en las direcciones que se indican en la figura. Si la velocidad del bote respecto a la orilla es de 10 Km/h en la dirección N: (a) calcular la velocidad del viento y (b) encontrar la velocidad aparente del viento para un observador situado dobre el bote.

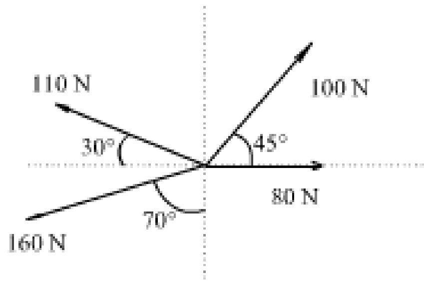


24. El conductor de una lancha a motor desea cruzar un río en dirección perpendicular a la orilla de forma de llegar alcanzar la otra orilla justo frente al punto de partida. Si la velocidad de la corriente de agua es de 10 Km/h en dirección paralela a la orilla, ¿Cuál es la mínima velocidad a la que debe desplazarse la embarcación? ¿Cuál es el ángulo que deberá formar el eje de la embarcación con la línea imaginaria que marca el recorrido que desea recorrer el conductor, si la velocidad del la lancha es de 50 Km/h?

25. La velocidad de un aeroplano en aire tranquilo es de 300 Km/h. Se desea ir de O a O', siendo la dirección OO' N 20° W. El viento tiene una velocidad de 45 Km/h en la dirección N 40° E. Encontrar la dirección en que el piloto debe dirigir el avión y el módulo de su velocidad resultante respecto a tierra.

26. Hallar la resultante de dos fuerzas de 15N y 6N aplicadas en un punto O y formando un ángulo entre ellos de: (a) 90°, (b) 50° y (c) 75°.

27. Cuatro fuerzas actúan sobre un perno como se indica en la figura. Determinar la fuerza resultante (módulo dirección y sentido).



28. Dado el siguiente sistema de fuerzas: $\mathbf{F}_1=(\mathbf{i}+2\mathbf{j}+3\mathbf{k})$N, aplicada en a(1,2,3)m; $\mathbf{F}_2=(\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k})$N, aplicada en b(-1,0,4)m; $\mathbf{C}=(-\mathbf{i}+2\mathbf{j}-2\mathbf{k})$N, aplicada en c(2,0,-1)m. Determinar: (a) la fuerza resultante y (b) el momento resultante respecto del origen.

29. Sean las fuerzas $\mathbf{F}_a=(3,5,4)$N y $\mathbf{F}_b=(-1,2,3)$N, aplicados ambos en el punto (−1,0,−2)m: (a) Representarlos en un sistema de ejes cartesianos, (b) calcular el momento resultante respecto al origen de coordenadas, O y (c) calcular el momento de su resultante **R**, respecto a O.

30. Dadas las fuerzas $\mathbf{F}_1=(1,1,1)$ y $\mathbf{F}_2=(3,-5,7)$, ambas expresadas en N y aplicadas en el punto (1,−1,2) m, calcular:
(a) La resultante de ambas fuerzas.
(b) El momento de cada una de ellas respecto al origen de coordenadas.
(c) El momento de su resultante, respecto al origen de coordenadas.

31. Dada la fuerza $\mathbf{F}=(2\mathbf{u}_x+\mathbf{u}_z)$N, aplicado en el punto de coordenadas (0,2,0)m, determinar respecto a qué punto del eje Z, la proyección de su momento sobre el eje Y es nula.

32. Dadas las tres fuerzas $\mathbf{F}_1=(500\mathbf{u}_x)$ Kgf, $\mathbf{F}_2=(-200\mathbf{u}_y+100\mathbf{u}_z)$ Kgf y $\mathbf{F}_3=(-100\mathbf{u}_x+50\mathbf{u}_y-400\mathbf{u}_z)$Kgf. (a) Determinar la magnitud y dirección de la fuerza resultante. (b) Determinar el torque resultante de las fuerzas arriba indicadas, con respecto al origen O, si todas se aplican en el punto (4,-3,15)m y (c) si se aplican respectivamente en los puntos (3,8,10)m; (-2,0,4)m y (4,-25,10)m.