

Programa de  
**Estructuras Algebraicas**



Código/s: 2.11.2

**Identificación y características de la Actividad Curricular**

Carrera/s:	Profesorado de Matemática		
Plan de Estudios:	2002	Carácter:	Obligatoria
Bloque/Campo:	Formación Orientada	Área:	Algebra
Régimen de cursado:	Cuatrimestral		
Cuatrimstre:	4º [PM]		
Carga horaria:	75 hs. / 5 hs. semanales	Formato curricular:	Asignatura
Escuela:	Ciencias Exactas	Departamento:	Matemática
Docente responsable:	OVANDO, Gabriela		

**Programa Sintético**

Sistemas axiomáticos. Axiomas de Peano: números naturales. Números enteros. Divisibilidad, congruencia. Números racionales. Grupos, anillos y cuerpos. Homomorfismos e isomorfismos. Estructuras cocientes. Algebras. Algebra de Boole. Retículos.

**Asignaturas Relacionadas**

Previas:

Simultaneas Recomendadas: 2.12.2 - Matemática Discreta, 2.10.2 - Cálculo III, 2.5 - Pedagogía, 2.6 - Historia Socio-Política del Sistema Educativo Argentino

Posteriores:

**Vigencia desde**

\_\_\_\_\_  
Firma Profesor

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Firma Aprob. Escuela

\_\_\_\_\_  
Fecha

Con el aval del Consejo Asesor:

## Características generales

La asignatura está ubicada en el segundo cuatrimestre de segundo año. En ella se ofrece un acercamiento al razonamiento algebraico caracterizado por el estudio de los conjuntos en tanto entidades algebraicas, esto es provisto de ciertas operaciones binarias con propiedades (asociatividad, conmutatividad, etc) y homomorfismos que relacionan estos conjuntos entre sí.

Con esta asignatura se revisten básicas estructuras algebraicas como grupos y anillos cuya aplicación se da tanto en el campo propiamente algebraico como en el análisis, la geometría, etc. Esta asignatura además de introducir y aportar nuevos conceptos, generaliza e integra nociones ya vistas, aportando nuevas perspectivas en las definiciones y aplicaciones.

El enfoque es teórico-práctico. Las estrategias metodológicas comprenden el análisis, la síntesis, conceptualización, abstracción, deducción, y generalización.

Como técnicas se emplean la resolución de problemas tanto individual como en grupo, cálculos, exposición oral, discusión y desarrollo de clases en pizarra.

## Objetivos

El alumno deberá demostrar solidez en relación a los conceptos algebraicos relativos a una teoría introductoria de anillos y grupos como estructuras algebraicas principales a tratar.

Se requiere que el alumno:

- distinga los conceptos fundamentales de los secundarios
- los aplique a la resolución de problemas
- los interrelacione e integre al finalizar el curso;
- recurra y alcance grados de abstracción y síntesis, generalización, deducción;
- reconozca en asignaturas anteriores conceptos ya introducidos y los recontextualice.

Como competencias a lograr

- claridad, tanto escrita como oral;
- exactitud
- adecuado manejo de la terminología y notaciones específicas;
- madurez en la aplicación de los conceptos.

## Contenido Temático

### CAPITULO 1: ANILLOS

#### Unidad 1. Anillos

1.1. Concepto, propiedades y ejemplos. Divisores de cero, unidades, dominios de integridad, anillos de división, cuerpos.

1.2. Homomorfismo de anillos. Característica.

1.3. Subanillos e ideales. Definición y ejemplos.

1.4. Anillo cociente. Generadores y anillo generado. Ideales principales.

#### Unidad 2. Teoremas de isomorfismo y producto directo.

2.1 Teoremas de isomorfismo: primero, segundo y tercero.

2.2 Producto directo de anillos.

#### Unidad 3. Ideales primos y maximales.

3.1 Definición de ideal primo. Caracterización alternativa. Ideales maximales, ejemplos.

3.2 Lema de Zorn. Existencia de ideales maximales.

3.3 Relaciones entre ideales primos y maximales.

#### Unidad 4. Factorización

4.1 Elementos asociados e irreducibles. Ideales primos y maximales. Dominios a ideales principales.

4.2 Dominios de factorización única. Anillos a ideales principales. Anillos euclidianos.

4.3 Máximo común divisor. Definición y existencia. El anillo de polinomios. El homomorfismo evaluación.

#### Unidad 5. Cuerpo de fracciones y criterios de irreducibilidad

5.1 Cuerpo de fracciones. Definición y construcción.

5.2 Irreducibilidad de polinomios. El criterio de Eisenstein. Aplicaciones y ejemplos.

### CAPITULO II. GRUPOS.

#### Unidad 6. Grupos

6.1 Definiciones y ejemplos. El grupo simétrico. Relaciones de congruencia

6.2 Subgrupos y homomorfismos.

6.3 Subgrupo generado. Generadores de un grupo.

#### Unidad 7. Grupos cíclicos, congruencia módulo un subgrupo, normalidad

7.1 Caracterización de los subgrupos del grupo de enteros.

7.2 Congruencia módulo un subgrupo. Índice. Teorema de Lagrange.

7.3 Subgrupos normales y grupo cociente.

#### Unidad 8. Teoremas de isomorfismo y producto y suma directos.

8.1 Teoremas de isomorfismo: primero, segundo y tercero.

8.2 Producto directo externo. Construcción y propiedad universal.

8.3. Producto directo externo débil. Definición y propiedad universal.

8.4 Producto directo interno débil.

#### Unidad 9. Grupos libres, generadores y relaciones.

9.1. Definición y construcción del grupo libre en el conjunto  $X$ . Propiedad universal.

9.2. Relaciones. Grupos definidos por generadores y relaciones. Teorema de Van Dyck.

#### Unidad 10. Acciones. Teoremas de Sylow y clasificación de grupos finitos.

10.1. Acción de un grupo en un conjunto. Definición y ejemplos. Subgrupo de isotropía, estabilizador, órbitas, centralizador, normalizador.

10.2. La ecuación de clase.

10.3. Teorema de Cauchy para grupos de orden divisible por un primo  $p$ .

10.4. Teoremas de Sylow: primero, segundo y tercero.  $P$ -subgrupos Sylow.

10.5 Clasificación de grupos finitos. Ejemplos.

#### Unidad 11. Grupos abelianos

11.1. Grupos abelianos libres. Bases y rango.

11.2. Estructura de los grupos abelianos finitamente generados, divisores elementales y factores invariantes.

## Modalidades de enseñanza-aprendizaje

Teóricas: exposición de la teoría del curso en pizarra, desarrollo de ejemplos y aplicaciones

Prácticos: Desarrollo de ejercicios individuales y grupales. Correcciones grupales

## Actividades de Formación Práctica

Nº	Título	Descripción
1	Anillos y homomorfismos	Resolución de problemas sobre el tema. Definición y ejemplos varios.
2	Subanillos, ideales y homomorfismos	Resolución de problemas sobre el tema.
3	Ideales maximales y primos, elementos primos e irreducibles	Resolución de problemas sobre el tema.
4	Dominios euclidianos, factorización y polinomios	Resolución de problemas sobre el tema.
5	Grupos, subgrupos y homomorfismos de grupos.	Resolución de problemas sobre el tema.
6	Grupos cíclicos, normalidad, cocientes e índices.	Resolución de problemas sobre el tema.
7	Grupo Libre. Relaciones. Acciones.	Resolución de problemas sobre el tema.
8	Grupos abelianos libres. Clasificación de grupos finitos y grupos abelianos finitamente generados.	Resolución de problemas sobre el tema.

## Evaluación

Formas de evaluación:

2 evaluaciones parciales con duración de un módulo (7:30 a 10 hs), las cuales deben ser aprobadas con 6 o más para alcanzar la condición de regularidad.

Si una de las evaluaciones resulta no aprobada, el alumno tiene la posibilidad de "recuperar", esto es, repetir esta instancia. Esta posibilidad se ofrece sólo a quienes no hayan aprobado a lo más una de las evaluaciones parciales.

Este sistema permite revisar los conceptos básicos así como un manejo mínimo de los conceptos a través de ejercicios prácticos y preguntas fundantes de la teoría. Estas evaluaciones parciales no están pensadas como parte de un examen final.

La aprobación de la materia se alcanza a partir de la realización de un examen teórico-práctico de la materia. El alumno debe demostrar el conocimiento de los conceptos y resultados relevantes así como su interrelación. Se trata de un examen integrador. Primero se realiza el examen práctico de 4 hs de duración. Una vez aprobado este, el alumno realiza el examen teórico, el cual suele ser oral.

La modalidad escrita y oral permite la evaluación de contenidos temáticos, actitudinales y personales, relativos al posicionamiento del alumno como expositor. Es un ejercicio que lo prepara para presentarse ante grupos y

expresarse en un marco de elaboración y espontaneidad.

No se requieren trabajos extra para la aprobación.

No hay sistema de promoción.

Los aspectos más relevantes a tener en cuenta en la evaluación son:

claridad, tanto en la exposición de la teoría como la elaboración de los ejercicios prácticos; en su forma escrita y oral.

exactitud: en la obtención de resultados concretos;

adecuado manejo de la terminología y notaciones específicas;

Suficiencia de integración de los conceptos, coherencia y complementariedad.

La obtención de resultados originales no es un criterio de evaluación. Sin embargo se destaca como un paso superior que se refleja en una mejor calificación.

### Distribución de la carga horaria

#### Presenciales

Teóricas		35 Hs.
Prácticas	Prácticas en gabinetes y/o laboratorios	0 Hs.
	Trabajo de campo	0 Hs.
	Resolución de Problemas y Ejercicios	0 Hs.
	Problemas abiertos vinculados a la profesión	35 Hs.
	Prácticas vinculadas a las TIC	0 Hs.
	Actividades de Proyecto y Diseño	0 Hs.
	Práctica Profesional Supervisada	0 Hs.
Evaluaciones		5 Hs.
	<b>Total</b>	<b>75 Hs.</b>

#### Dedicadas por el alumno fuera de clase

	Preparación Teórico-Práctica	75 Hs.
	Elaboración y redacción de informes, trabajos, presentaciones, etc.	0 Hs.
	<b>Total</b>	<b>75 Hs.</b>

### Bibliografía básica

Título	Autores	Editorial	Año	Ejem.
Elementos de álgebra	García A., Lequain Y.	Projeto euclides. IMPA	2007	1
Estructuras Algebraicas	Gordon Cabral, A	Unr Editora	2002	2
Topics in Algebra	Herstein I.	Waltham, Mass.:Addison-Wesley, Publishing Company Inc.	1965	2
Algebra	Hungerford T.	Springer Verlag New York	1974	2

### Bibliografía complementaria

Título	Autores	Editorial	Año	Ejem.
--------	---------	-----------	-----	-------

Notas de álgebra II	Gentile E.R	Centro de estudiantes, facultad de ciencias exactas y naturales, UBA	1965	1
Basic Algebra	Knapp, A.	Cornerstones, Birkhäuser	2006	1

## Recursos web y otros recursos

## Cronograma de actividades

Semana	Unidad	Tema	Actividad
1	1	_Unidad 1. Anillos 1.1. Concepto, propiedades y ejemplos. Divisores de cero, unidades, dominios de integridad, anillos de división, cuerpos. 1.2 Homomorfismo de anillos. Característica.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
2	1	1.3 Subanillos e ideales. Definición y ejemplos. 1.4 Anillo cociente. Generadores y anillo generado. Ideales principales.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
3	2	Teoremas de isomorfismo y producto directo.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
4	3	3.1 Definición de ideal primo. Caracterización alternativa. Ideales maximales, ejemplos. 3.2 Lema de Zorn. Existencia de ideales maximales. 3.3 Relaciones entre ideales primos y maximales.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
5	4	4.1 Elementos asociados e irreducibles. Ideales primos y maximales. Dominios a ideales principales. 4.2 Dominios de factorización única. Anillos a ideales principales. Anillos euclidianos.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
6	4	4.3 Maximo común divisor. Definición y existencia. El anillo de polinomios. El homomorfismo evaluación.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
7	5	5.1 Cuerpo de fracciones. Definición y construcción. 5.2 Irreducibilidad de polinomios. El criterio de Eisenstein. Aplicaciones y ejemplos.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.  PRIMERA EVALUACION PARCIAL HASTA UNIDAD 4.
8	6	6.1 Grupos: Definiciones y ejemplos. El grupo simétrico. Relaciones de congruencia	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
9	6	6.2 Subgrupos y homomorfismos. 6.3 Subgrupo generado. Generadores de un grupo. Ejemplos.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
10	7	Grupos cíclicos, congruencia módulo un subgrupo, normalidad	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
11	8	Teoremas de isomorfismo y producto y suma directos.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
12	9	Grupos libres, generadores y relaciones.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
13	10	Acciones. Teoremas de Sylow y clasificación de grupos finitos.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.
14	11	11.1 Grupos abelianos libres. Bases y rango.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.  SEGUNDA EVALUACION PARCIAL.

15	11	11.2. Estructura de los grupos abelianos finitamente generados, divisores elementales y factores invariantes.	Desarrollo teórico y ejercicios prácticos.  EVALUACION PARCIAL RECUPERATORIO.
----	----	---	---